

DIVISIÓN DE CIENCIAS Y ARTES PARA EL DISEÑO  
Especialización, Maestría y Doctorado en Diseño

**DISEÑO DE UN PRODUCTO MULTIMEDIA COMO RECURSO  
QUE COADYUVE AL PROCESO DE ENSEÑANZA  
APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA DESCRIPTIVA EN LAS  
LICENCIATURAS DE DISEÑO**

**María Del Rocío Ordaz Berra**

Tesis para optar por el grado de Maestra en Diseño  
Línea de Investigación: Nuevas Tecnologías

Miembros del Jurado:

**Dra. Rosa Elena Álvarez Martínez**

*Directora de Tesis*

Dr. Pedro Irigoyen Reyes  
Dr. Emilio Martínez de Velasco y Arellano  
Dra. Dina Rochman Beer  
Mtra. Ma. Antonia Guadalupe Rosas Marín

México, D. F.  
Julio 2010

## DEDICATORIAS

---

El entusiasmo y esfuerzo para llevar a cabo este trabajo lo he dedicado especialmente a todos los que son importantes en mi vida. . .

A Dios porque a pesar de mi misma. . . me ha dado la fuerza, la tenacidad y la energía para hacer posible todo lo que Él tiene preparado para mí.

A mi esposo el Ing. Alejandro Vez Paniagua, por la vida y el compromiso compartidos. A él todo mi amor y mi respeto no por hoy, no por mañana, sino por siempre.

A mis amados y hermosos hijos Alejandro, Arturo y Axel, por darme la fuerza para seguir con este trabajo y por ser el mejor proyecto de mi vida.

A mi madre la señora Pascua Berra Dossetti por haberme dado la vida que es el mayor tesoro. Por compartir y hacer suyos mis logros y fracasos, mis tristezas y alegrías. Por su amor incondicional.

A la familia Vez Paniagua, con gratitud y mucho cariño.

A mis seres queridos que ya se han ido, porque sé que donde estén comparten conmigo este logro alcanzado: Mabique mi amada y muy extrañada hermana. Don Sabino Ordaz Pacheco mi padre, por sembrar en mí la semilla de la superación y la esperanza. Don Arturo Vez Sánchez mi suegro, por darme en su momento ese modelo de familia que yo necesitaba. Mi amiga Lolita González, por su paciencia y colaboración en los inicios de este trabajo.

A Ma. A. Guadalupe Rosas Marín por los sabios consejos que me ha dado en los momentos difíciles.

A Myrna López por lograr que yo no olvide que los ángeles SÍ existen.

A Susana Badillo Sánchez por la paciencia y disposición mostradas.

A mis amigas de toda la vida Ada, Susy y Alicia por contribuir en mi formación humana.

A mi amiga Anel Reyes, por todas sus oraciones.

A mi amiga Susy Castillo, por esas charlas y secretos compartidos.

Al grupo “Poniente”, por darme la oportunidad de compartir experiencias buenas y malas y aceptarme como soy.

## AGRADECIMIENTOS

---

Detrás del desarrollo de este trabajo de investigación, se encuentran muchas personas a las que deseo expresar mi más sincero reconocimiento. De esta forma agradezco infinitamente a . . .

La Dra. Rosa Elena Álvarez, por su dirección y guía, así como su valiosa ayuda para la elaboración de este trabajo.

Las autoridades del Posgrado en Diseño, UAM A, el Dr. Jorge Sánchez de Antuñano, el Mtro. Iván Garmendia, a las secretarias Betty y Sonia.

Mis compañeros del Departamento de Procesos y Técnicas de Realización: Arq. Eduardo Kotásek jefe departamental, Lic. Ma. Del Carmen, Lety, Lupita, Luchita, Ivonne y Minerva.

La Dra. Dina Rochman, por el entusiasmo mostrado en la revisión de este trabajo.

La Dra. Bela Gold, por su colaboración en los inicios de este proyecto.

Dr. Pedro Irigoyen y al Arq. Jaime González, por ser buenos profesores y mejores compañeros de trabajo.

Mtro. Antonio Abad y al Mtro. Alberto Cervantes, por el interés mostrado por mi trabajo.

Mis queridos estudiantes y alumnos que me permiten clase a clase robarles su inquietud y energía.

Mi querida UAM A, con gratitud imperecedera.

Dr. Emilio Martínez de Velasco y Arellano, un especial agradecimiento, por compartir conmigo sus conocimientos y sus experiencias, pero sobretodo su amistad.

A todos y cada uno de aquellos que de pasillo en pasillo, de vez en vez. . . me preguntaban algunas veces con curiosidad, otras con malicia. . . ¿Cómo va esa tesis?

. . . y a todas aquellas personas que directa o indirectamente  
contribuyeron al logro de este esfuerzo . . .

¡ MUCHAS GRACIAS !

La Geometría Descriptiva es una poderosa herramienta cognitiva importante en la formación de arquitectos y diseñadores, ya que facilita el desarrollo de las capacidades de visualización, comprensión, representación y diseño de objetos tridimensionales. Es la ciencia de las formas y el espacio, su utilidad va más allá de describir y medir objetos, tiene un concepto más amplio que es la visualización, el entendimiento y la manipulación del espacio. La geometría descriptiva observando siempre sus formas de representación, sus propios conceptos y sus técnicas, representa objetos y formas tridimensionales, sobre superficies bidimensionales.

Para obtener utilidad y ventajas de su comprensión es necesario conocerla y manejar esos conceptos y esas formas de representación, que no siempre son de fácil comprensión. Es preciso lograr el desarrollo de la habilidad de visualización espacial, aún cuando se piensa que es innata, la geometría descriptiva dará el apoyo necesario para impulsar los procesos mentales de visualización.

Es en la etapa de visualización, donde el adecuado apoyo de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) resulta relevante, ya que será por sus medios como se resuelva dicha dificultad, teniendo el cuidado necesario para que su uso e implementación estén siempre justificados. En este punto las teorías cognitivas son un elemento importante para posibilitar la forma y medida de la inclusión de la tecnología en esta investigación. Ya que serán estas teorías las que permitan no perder de vista la importancia que tiene el proceso mental de visualización de cada estudiante, que es lo que lo llevará a la generación de su propio conocimiento.

La finalidad de esta investigación es generar un producto de diseño multimedia que sirva como herramienta que coadyuve en el proceso de visualización en la enseñanza aprendizaje de temas básicos de Geometría Descriptiva, para estudiantes de la División de Ciencias y Artes para el Diseño de la Universidad Autónoma Metropolitana, Azcapotzalco; para que una vez iniciado el proceso de visualización por parte del estudiante, este tenga la capacidad de seguir desarrollando dicha habilidad y pueda

generar mental y gráficamente objetos de diversas e interesantes formas para generar sus propuestas de diseño.

Para comprobar la utilidad del producto de diseño multimedia, se formaron dos grupos de estudiantes, un grupo control a cuyos alumnos se les presentaron los temas de geometría descriptiva solo de manera tradicional, y un grupo piloto a los que además de la forma tradicional se les presentó la temática con el apoyo del producto de diseño multimedia.

En los resultados obtenidos se demostró que los estudiantes del grupo piloto obtuvieron mejores resultados, por lo que se comprueba la utilidad del diseño, reiterando que este material servirá como apoyo a las clases presenciales, así como en el aula virtual, dado que su finalidad es coadyuvar en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría Descriptiva en su etapa de visualización espacial.

## INDICE GENERAL

---

DEDICATORIAS.....	i
AGRADECIMIENTOS .....	ii
RESUMEN .....	iii
ILUSTRACIONES .....	ix
INTRODUCCIÓN.....	1
Antecedentes .....	1
Hipótesis General .....	6
Hipótesis Particulares .....	6
Motivación para el desarrollo de la investigación .....	6
Conveniencia de la investigación y contribución al Diseño .....	7
Desarrollo del documento .....	9
Capítulo 1    MARCO TEÓRICO .....	10
1.1 GEOMETRÍA DESCRIPTIVA .....	11
1.1.1 Antecedentes históricos .....	11
1.1.2 Desarrollo de la Geometría Descriptiva .....	17
1.1.3 Gaspard Monge, el padre de la Geometría Descriptiva .....	23
1.1.4 Generalizaciones de la Geometría Descriptiva .....	27
La Geometría Descriptiva .....	31
Sistemas de representación .....	31
Sistemas de proyección .....	32
1.1.5 La Geometría Descriptiva hoy .....	47
Análisis de autores y definiciones .....	47

1.2 EL IMPACTO DE LAS TIC EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA DESCRIPTIVA.....	53
1.2.1 Definición y antecedentes de las TIC.....	53
1.2.2 Impacto de las TIC en el ámbito educativo .....	55
1.2.2.1 Perfil del docente de Geometría Descriptiva .....	57
1.2.3 Funciones de las TIC en educación .....	58
1.2.4 Integración de las TIC en educación .....	59
1.3 PEDAGOGÍA COGNITIVA CONSTRUCTIVISTA EN LA GEOMETRÍA DESCRIPTIVA.....	62
1.3.1 La importancia de enseñar Geometría.....	62
1.3.2 Algunas reflexiones sobre geometría y educación .....	64
1.3.3 Teorías cognitivas del aprendizaje.....	69
Lev Semionovich Vigotsky .....	71
Jean William Fritz Piaget .....	73
David Paul Ausubel .....	75
Joseph D. Novak.....	77
1.3.4 El proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría hoy .....	78
Descripción del proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría en la UAM A.....	79
1.3.5 Alcances en la enseñanza de la geometría .....	83
1.3.6 Pensar geoméricamente .....	86
La visualización y el pensamiento visual .....	87
Proceso de visualización.....	90
Nivel de percepción de elementos constitutivos .....	92
Nivel operativo de percepción visual .....	92

Capítulo 2 MÉTODO DE INVESTIGACIÓN .....	94
2.1 Hipótesis de la investigación .....	96
2.2 Tipo de investigación .....	96
Enfoque de esta investigación .....	96
Alcance de esta investigación .....	98
2.3 Selección y tamaño de la muestra .....	99
2.4 Selección del instrumento .....	100
Opinión de expertos .....	106
2.5 Metodología de aplicación .....	107
Capítulo 3 PROPUESTA DE DISEÑO .....	108
3.1 Desarrollo de la propuesta de diseño .....	109
3.2 Definición de contenidos .....	110
3.3 Objetivo didáctico de cada tema .....	111
3.4 Estrategia de aprendizaje .....	113
3.5 Desarrollo del producto de diseño .....	114
Auto CAd, modelado tridimensional .....	116
3ds Max, renderizados y animaciones .....	124
AVI, formatos de archivo contenedor de audio y video .....	130
MOV, formato de archivo contenedor de audio y video .....	131
Moodle, Plataforma para aulas virtuales .....	131
Capítulo 4 ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	133
4.1 Levantamiento de datos .....	134
4.2 Análisis e interpretación de datos .....	135



Análisis por pregunta.....	151
4.3 Conclusiones de la aplicación.....	158
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	159
Sobre el logro de los objetivos y de las hipótesis .....	160
Sobre el diseño multimedia.....	163
Limitaciones de la Investigación .....	163
Recomendaciones .....	164
Difusión de resultados .....	165
BIBLIOGRAFÍA.....	166
CURRICULUM VITAE.....	172
Anexo 1 .....	174
Anexo 2.....	187

Figura 1.1 Sólidos platónicos. [http://es.wikipedia.org/wiki/Sólidos\\_platónicos](http://es.wikipedia.org/wiki/Sólidos_platónicos) (Nov.18, 2009).

Figura 1.2 Sistemas de representación: cilíndrica ortogonal, cilíndrica oblicua, central o cónica. Solís (2008:20)

Figura 1.3 Determinación del ojo del observador hacia el objeto. Solís (2008:22)

Figura 1.4 División del espacio. Triedro Cuadrangular.

Figura 1.5 Sistema Europeo 1er Cuadrante. Sistema Americano 2º Cuadrante.

Figura 1.6 Proyección Horizontal. Camberos (1975:60).

Figura 1.7 Proyección Vertical. Camberos (1975:60)

Figura 1.8 Proyección Lateral. Camberos (1975:60)

Figura 1.9 Proyecciones en el Sistema Europeo. Solís (2008:24)

Figura 1.10 Sistema Europeo, los planos se abaten hacia atrás. Solís (2008:25)

Figura 1.11 Montea en Sistema Europeo. Solís (2008:25)

Figura 1.12 Proyecciones en el Sistema Americano. Solís (2008:26)

Figura 1.13 Sistema Americano, los planos se abaten hacia adelante. Solís (2008:26)

Figura 1.14 Montea en Sistema Americano. Solís (2008:27)

Figura 1.15 Del isométrico se observa cómo los planos se abaten para formar la montea.

Figura 1.16 Montea. Abatimiento de los planos de proyección.

Figura 1.17 Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje. Beltrán (1998), tomado de Badillo (2006:27).

Figura 1.18 Epistemología genética de Piaget.

Figura 1.19 Forma de trazar en el pizarrón.

Figura 1.20 Estudiantes reproduciendo los trazos del pizarrón.

Figura 1.21 Maqueta realizada por un estudiante reproduciendo en forma adecuada la proyección ortogonal.

Figura 1.22 Maqueta realizada por un estudiante que NO sabe reproducir adecuadamente la proyección ortogonal.

Figura 1.23 Objetivos conceptuales en la enseñanza de la Geometría.

Figura 1.24 Objetivos actitudinales en la enseñanza de la Geometría.

Figura 1.25 Objetivos procedimentales en la enseñanza de la Geometría.

Figura 1.26 Perfiles de Aprendizaje Geométrico. Gómez Melchor. Universidad Autónoma de Madrid.

[http://www.uam.es/personal\\_pdi/stmaria/megome/cursos/Matemat/apuntes/2\\_Geometria.pdf](http://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/megome/cursos/Matemat/apuntes/2_Geometria.pdf)

Noviembre 5, 2009.

Figura 1.27 Procesamiento de la información. Gómez Melchor. Universidad Autónoma de Madrid. [http://www.uam.es/personal\\_pdi/stmaria/megome/cursos/Matemat/apuntes/2\\_Geometria.pdf](http://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/megome/cursos/Matemat/apuntes/2_Geometria.pdf)  
Noviembre 5, 2009.

Figura 1.28 Forma total de la imagen.

Figura 1.29 Figuras geométricas.

Figura 2.1 Variables.

Figura 2.2 Metodología de esta investigación.

Figura 3.1 Desarrollo de la Propuesta de Diseño dentro del Proceso de Investigación de este trabajo.

Figura 3.2 Planos perpendiculares formando el Triedro Cuadrangular.

Figura 3.3 Detalle de El Punto en el espacio representado por una esfera.

Figura 3.4 Líneas de proyección de El Punto en el espacio.

Figura 3.5 Detalle de la volumetría del texto.

Figura 3.6 Líneas de referencia y letreros.

Figura 3.7 Detalle de la volumetría en una de las proyecciones de El Punto en el espacio.

Figura 3.8 El punto en el espacio y sus proyecciones.

Figura 3.9 Detalle de los ejes.

Figura 3.10 Apariencia final de El punto en el espacio y sus proyecciones.

Figura 3.11 Interfaz para modelar objetos en 3D.

Figura 3.12 Vista frontal del Triedro Cuadrangular.

Figura 3.13 Letrero del Sistema Europeo en vista frontal.

Figura 3.14 Letrero del Sistema Europeo en isométrico.

Figura 3.15 Ventana de *layers* desplegada.

Figura 3.16 Interfaz para importar un archivo.

Figura 3.17 Interfaz donde se muestran 3 proyecciones y un isométrico.

Figura 3.18 Línea de tiempo *trackbar*.

Figura 3.19 Línea de tiempo activada.

Figura 3.20 Pivote para relacionar objetos.

Figura 3.21 Recorrido de las cámaras.

Figura 3.22 Interfaz donde se aprecia el lente de la cámara.

Figura 3.23 Ventana para hacer un renderizado para convertir en imagen.

Tabla 4.1 Listado de estudiantes.

Tabla 4.2 Listado del grupo A, piloto.

Tabla 4.3 Promedios 1ª evaluación grupo A.

Tabla 4.4 Distribución de frecuencias, 1ª evaluación, grupo A.

Tabla 4.5 Promedios 2ª evaluación, grupo A.

Tabla 4.6 Distribución de frecuencias, 2ª evaluación, grupo A.

Tabla 4.7 1ª y 2ª evaluación grupo A.

Tabla 4.8 Listado del grupo B, control.

Tabla 4.9 Promedios 1ª evaluación, grupo B.

Tabla 4.10 Distribución de frecuencias, 1ª evaluación grupo B.

Tabla 4.11 Promedios 2ª evaluación, grupo B.

Tabla 4.12 Distribución de frecuencias 2ª evaluación grupo B.

Tabla 4.13 1ª y 2ª evaluación grupo B

Tabla 4.14 Comparativo de medidas de tendencia central grupos A y B.

Tabla 4.15 Comparativo de medidas de dispersión grupos A y B.

Tabla 4.16 Total de aciertos de cada pregunta, 1ª evaluación grupo A.

Tabla 4.17 Total de aciertos de cada pregunta, 2ª evaluación grupo A.

Tabla 4.18 Comparativo de preguntas contestadas correctamente en 1ª y 2ª evaluación grupo A.

Grafica 4.1 Comparativo de medidas de tendencia central grupo A.

Grafica 4.2 Comparativo de medidas de dispersión grupo A.

Grafica 4.3 Comparativo de medidas de tendencia central grupo B

Grafica 4.4 Comparativo de medidas de dispersión grupo B.

Grafica 4.5 Comparativo entre aciertos 1ª y 2ª evaluación grupo A.

Grafica 4.6 Comparativo entre aciertos 1ª y 2ª evaluación grupo B

Grafica 4.7 Número de estudiantes que contestaron correctamente a cada pregunta del cuestionario.

Grafica 4.8 Histograma comparativo de estudiantes que contestaron correctamente a cada pregunta en 1ª y 2ª evaluación grupo A.

Tabla 5.1 Comprobación de hipótesis.

Figura A.1 Copia de pantalla en la forma en que se visualiza el tema Cuadrantes, dentro del aula virtual.

Figura A.1 Copia de pantalla en la forma en que se visualiza el tema Cuadrantes, dentro del aula virtual.

Figura A.2 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema monte del Sistema de Dibujo Europeo.

Figura A.3 Copia de pantalla en la forma en que se visualiza el tema Sistema de Dibujo Americano, dentro del aula virtual.

Figura A.4 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema monte del Sistema de Dibujo Americano.

Figura A.5 Copia de pantalla en la forma en que se visualiza el tema Objeto en el espacio y sus proyecciones, dentro del aula virtual.

Figura A.6 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema Objeto en el espacio y sus proyecciones.

Figura A.7 Copia de pantalla en la forma en que se visualiza el tema Objeto en el espacio y sus proyecciones, dentro del aula virtual.

Figura A.8 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema Objeto en el espacio y sus proyecciones vertical y lateral.

Figura A.9 Copia de pantalla en la forma en que se visualiza el tema El Punto en el espacio y sus proyecciones, dentro del aula virtual.

Figura A.10 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema El Punto en el espacio y sus proyecciones, en monte.

Figura A.11 Copia de pantalla en la forma en que se visualiza el tema La Recta en el espacio y sus proyecciones, en posición de Punta, dentro del aula virtual.

Figura A.12 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio, en posición de Punta, en montea.

Figura A. 13 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio y sus proyecciones, en posición Frontal.

Figura A.14 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio, en posición Frontal, en montea.

Figura A.15 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio y sus proyecciones en posición Vertical.

Figura A.16 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio, en posición Vertical, en montea.

Figura A.17 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio y sus proyecciones, en posición Horizontal.

Figura A.18 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio, en posición Horizontal, en montea.

Figura A.19 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio y sus proyecciones, en posición Lateral.

Figura A.20 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio en posición Lateral, en montea.

Figura A.21 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio y sus proyecciones, en posición FrontoHorizontal.

Figura A.22 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio, en posición FrontoHorizontal, en montea.

Figura A.23 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio y sus proyecciones, en posición Oblicua o Cualquiera.

Figura A.24 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio, en posición Oblicua o Cualquiera, en montea.

## INTRODUCCIÓN

---

### Antecedentes

La tarea más importante en las disciplinas del diseño es la realización de proyectos de objetos o edificaciones, que en el futuro, una vez fabricados o construidas, van a ser utilizadas por el ser humano para satisfacer alguna necesidad.

De su capacidad para imaginar esos productos, sus formas, sus dimensiones, la relación entre sus elementos constitutivos, sus acabados superficiales, aparte de muchos requisitos más, dependerá que el resultado final sea adecuado para el usuario así como económico y factible de producirse.

Los mejores profesionistas de las disciplinas del diseño son lo que tienen un adecuado manejo de las formas y el espacio, y este es el aspecto más difícil de comprender y manejar en la formación profesional del estudiante de diseño, lo mismo para el futuro arquitecto que tiene que visualizar como será el espacio interior y exterior de una vivienda o de un museo; como para el diseñador industrial que proyectará un transporte público o algún mobiliario, así como también para el diseñador gráfico que deberá comunicar gráfica y visualmente una imagen corporativa o aplicar un logotipo sobre un original mecánico.

Dentro de la formación de los diseñadores, la geometría descriptiva es la ciencia o disciplina que apoya a la UEA (Unidad de Enseñanza Aprendizaje) que facilita el desarrollo de las capacidades de visualización, comprensión, representación y diseño de objetos tridimensionales. Se puede decir que la geometría descriptiva es la ciencia del espacio y la forma, utilizada como una herramienta no solo para describir y medir figuras, sino para entender y manipular el espacio. La geometría descriptiva representa, sobre superficies bidimensionales, las formas que serán tridimensionales.

Algunas personas consideran que la visualización es una habilidad innata, sin embargo, dado que los procesos de visualización están en la base de la actividad cognitiva en geometría, el estudiante debe aprender a aprender y evolucionar la forma de observar

los objetos, y de esta manera pasará de aquellas percepciones visuales simples, hasta las que le permitan explotar el potencial heurístico de la visualización.

La enseñanza de la geometría descriptiva no es tarea fácil, es una actividad que se desarrolla por parte de los profesores desde hace más de un siglo con la utilización de escuadras, regla y compás sobre el pizarrón, situación que no juzgo inconveniente, dado que es precisamente sobre dos dimensiones como la geometría descriptiva resuelve problemas de objetos de tres dimensiones. Desde mi punto de vista el problema reside en la poca visualización mental que el estudiante maneja. Así, el docente va dibujando sobre el pizarrón la representación de un elemento geométrico, dentro de unos cuadrantes, y clase a clase va aumentando la complejidad de las formas. Se inicia con la división del espacio que maneja la geometría descriptiva, después se van abordando los temas como el elemento más sencillo que es el punto, luego la línea, el plano, los giros, el volumen, las intersecciones, etc., llegando a dibujar elementos sumamente complejos como una geodésica o las intersecciones de diferentes formas y elementos. Por su parte, el estudiante tendrá que ir dibujando, clase a clase, una serie de láminas, e irá elaborando maquetas tridimensionales para ir aprendiendo a ver, físicamente, lo que dibujó en dos dimensiones.

La geometría descriptiva funciona como herramienta cognitiva para desarrollar la habilidad mental de visualización espacial, pero dado a que en la División de Ciencias y Artes para el Diseño, de la Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, el número de horas de clase que contempla el plan de estudios es limitado y es menor al que manejan otras universidades del país que imparten licenciaturas similares, el resultado es falta de visualización y por ende falta de entendimiento por parte del estudiante, de objetos espaciales y sus proyecciones.

De ahí que es muy importante apoyar el proceso de enseñanza-aprendizaje, haciéndolo más ágil tanto para el profesor como para el estudiante, y una manera de lograrlo es aprovechando el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), las cuales ya se han utilizado con mucho éxito en la educación superior como medio para mejorar la calidad educativa; ya que cuentan con software adecuado que puede



aprovecharse perfectamente en el manejo de los elementos que requiere visualizar y proyectar la geometría descriptiva.

Sin embargo, estas nuevas herramientas no se han aplicado a la enseñanza de esta UEA debido a varios factores, como es el hecho de que los profesores no han agregado a su proceso de enseñanza, elementos que permitan de forma fácil y rápida la visualización espacial por parte del alumno, sin que éste pierda su proceso mental. Esta falta de complementos por parte del profesor se debe a que en muchas ocasiones no están actualizados en el manejo de la tecnología en 3D, pero también a que no se han desarrollado materiales didácticos de apoyo a la enseñanza y visualización de los temas específicos de las cartas temáticas manejadas en la UEA (Unidad de Enseñanza Aprendizaje) de Geometría Descriptiva I y II.

Esta carencia y necesidad inminente, abre un campo importante para la investigación y desarrollo de estos apoyos que, basados en técnicas pedagógicas, irán cubriendo desde los temas más sencillos hasta los más complejos de la Geometría Descriptiva, facilitando su enseñanza, comprensión y visualización.

El problema de investigación que ha dado origen a esta tesis parte de la importancia de la Geometría Descriptiva en la formación de los estudiantes de las licenciaturas en Diseño (arquitectura, diseño industrial y diseño de la comunicación gráfica) en la División de Ciencias y Artes para el Diseño de la Universidad Autónoma Metropolitana, Azcapotzalco. Ante el rezago que se ha tenido en la actualización de los procesos de enseñanza- aprendizaje, y ante la carencia de material de apoyo a la docencia, existe la necesidad de diseñar materiales didácticos que aprovechen las oportunidades que brindan los avances en las TIC y que estén fundamentados en las nuevas teorías cognitivas del aprendizaje.

Para tratar de resolver el problema, la presente investigación analiza las teorías del aprendizaje, los diferentes programas existentes para el manejo de la computadora y, basado en ellas, propone el diseño de un material didáctico como soporte que permita a los estudiantes entender y visualizar de manera más clara y factible algunos de los conceptos básicos de la Geometría Descriptiva. Lo anterior se verá reflejado en el

momento en que el estudiante perciba la relación que existe entre un objeto real y las diferentes formas de representación bidimensional del mismo y consiga con esto manejar las proyecciones de dicho objeto; se pretende además lograr la habilidad para con solo evocar los objetos logre visualizarlos y graficarlos descriptivamente. A partir de las preguntas que se enuncian a continuación se establece el sentido de la presente investigación así como sus contenidos a tratar en la propuesta.

Se presentan a continuación preguntas de investigación que sustentan el estudio. ¿Podrán los estudiantes que cursan el primer nivel de la materia de geometría descriptiva en las licenciaturas de diseño en la UAM A, mejorar la visualización, comprensión y representación gráfica de los elementos básicos de la misma, con el apoyo del producto de diseño multimedia?

¿Mejorarán los estudiantes la comprensión de los sistemas de representación Europeo y Americano con el apoyo del producto de diseño multimedia?

¿Mejorarán los estudiantes su capacidad de visualizar y de representar en forma gráfica el punto en el espacio y sus proyecciones y la recta en el espacio y sus proyecciones, con el apoyo del producto de diseño multimedia?

Para dar respuesta a estas interrogantes se planteó el Objetivo General de la investigación, el cual propiciara que los estudiantes de las licenciaturas de Diseño de la Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, mejoren y fortalezcan los conocimientos básicos de geometría descriptiva adquiridos con la técnica de enseñanza tradicional, apoyados en el producto de diseño multimedia.

Los Objetivos Particulares de esta investigación son:

1. Mejorar en los estudiantes la visualización, comprensión y representación gráfica del espacio dividido en cuadrantes de acuerdo a los conceptos básicos de la Geometría Descriptiva, después de la utilización del producto de diseño multimedia.
2. Optimizar la capacidad de comprensión de los estudiantes con relación a los sistemas de representación Europeo y Americano.

3. Mejorar la capacidad de los estudiantes para entender la relación que existe entre la montea y el isométrico.
4. Propiciar la capacidad de los estudiantes de entender y visualizar el punto en el espacio y sus proyecciones, logrando representarlo gráficamente.
5. Propiciar la capacidad de los estudiantes de entender el concepto de proyección ortogonal.
6. Lograr la capacidad de entender y visualizar la recta en el espacio y sus proyecciones, consiguiendo representarla en forma gráfica.
7. Lograr la capacidad de comprender , visualizar y asimilar el concepto de verdadera forma y magnitud (VFM)
8. Mejorar la capacidad de los estudiantes de visualización y representación grafica de las vistas o proyecciones de un objeto dentro del sistema Europeo.
9. Propiciar en los estudiantes la capacidad y habilidad de trazar una recta en el espacio en montea y en isométrico.

A partir de los objetivos y las preguntas de investigación se deducen que la investigación plantea dos grandes ejes o variables; de éstas nos interesa conocer su relación, y quedan planteadas como se indica:

V1- Los estudiantes mejorarán y reforzaran los conocimientos básicos de la Geometría Descriptiva. (Variable dependiente)

V2- Utilización de un diseño multimedia. (Variable independiente).

Éstas fundamentaron la formulación de la hipótesis general, la cual a su vez, nos guiará en el planteamiento y desarrollo de la investigación, con el fin de que se puedan comprobar o refutar los resultados. Se presentan a continuación.

## **Hipótesis General**

Los estudiantes mejoraran y fortalecerán los conocimientos básicos de Geometría Descriptiva adquiridos con la técnica de enseñanza tradicional, al permitir que el producto de diseño multimedia coadyuve en el proceso de enseñanza aprendizaje.

## **Hipótesis Particulares**

El estudiante mejorará la visualización, comprensión y representación gráfica del espacio dividido en cuadrantes de acuerdo a los conceptos básicos de la Geometría Descriptiva.

El estudiante tendrá mayor claridad y comprensión de los sistemas de representación Europeo y Americano.

El estudiante mejorará su capacidad de entender, visualizar y representar gráficamente las proyecciones de un objeto o forma en el espacio dentro del sistema Europeo.

El estudiante optimizará su capacidad para entender y visualizar el punto en el espacio y sus proyecciones.

El estudiante optimizará su capacidad para entender y visualizar la recta en el espacio y sus proyecciones.

## **Motivación para el desarrollo de la investigación**

Como menciona Hernández Sampieri (2003:49), *“Además de los objetivos y las preguntas de investigación, es necesario justificar el estudio exponiendo sus razones”*. Al tratar de exponer las razones, debo mencionar que en la UAM Azcapotzalco se reciben jóvenes egresados de diferentes tipos de bachillerato, incluyendo los de sistemas abiertos. Aunado a esto, el contenido de temas en las UEA de Geometría Descriptiva I es amplio, situación que implica por un lado, la escasa posibilidad de generar cursos diagnósticos y/o remediales para introducir al estudiante a la observación y reflexión espacial así como al estudio de los diversos tipos de representación gráfica; y por otro lado reitero que el número de horas para impartir la UEA de Geometría Descriptiva es reducido.

Lo anterior me lleva a proponer un material que coadyuve en aligerar los vacíos cognitivos con que el estudiante ingresa a la universidad, de esta forma se ha diseñado específicamente para que los estudiantes que cursan por vez primera la UEA de Geometría Descriptiva logren un fácil acercamiento con la misma. Considero que también esta investigación se podría justificar con el provecho que significaría para los 450 estudiantes que trimestre a trimestre se encuentran estudiando los niveles I y II de Geometría Descriptiva en la División de Ciencias y Artes para el Diseño de la UAM-A, quienes a partir del tercer trimestre se incorporan a los troncos específicos de sus licenciaturas, en donde tendrán que aplicar los conocimientos adquiridos durante estos niveles de estudio. Por otra parte, el material didáctico que se propone es susceptible de ser utilizado por otras instituciones de educación superior en México, que imparten las licenciaturas en arquitectura, diseño industrial y diseño de la comunicación gráfica, y que tienen problemas de enseñanza en la geometría descriptiva similares a la UAM Azcapotzalco.

Es importante mencionar que en la presente investigación, el producto de diseño servirá de apoyo solo a algunos temas de dicha UEA, mismos que no quedan agotados, pero una vez habiendo evaluado la metodología para realizarlo será fácil retomar, en una futura investigación, el diseño del material acerca de los temas subsecuentes para lo cual se podrían involucrar otros profesores para que, de manera colectiva se vayan enriqueciendo y desarrollando las siguientes unidades temáticas.

### **Conveniencia de la investigación y contribución al Diseño**

Iniciaré considerando los *“criterios para evaluar la importancia potencial de esta investigación”* que menciona Hernández Sampieri (2003:50), contestando las siguientes preguntas planteadas por el autor:

- *Conveniencia.* ¿Para qué sirve esta investigación?

La intención es acercar amigablemente a aquellos estudiantes que no han tenido contacto con la Geometría Descriptiva y por lo tanto tienen dificultades para

entender conceptos básicos de la misma, fundamentales para hacer de la Geometría una herramienta que les permita representar gráficamente los objetos después de entender el espacio. Y, para que aquellos estudiantes que ya tienen conocimientos de Geometría Descriptiva, los reafirmen y logren un aprendizaje significativo.

- *Relevancia social. ¿Quiénes se beneficiarán con los resultados de la investigación?, ¿de qué modo?*

Como ya he mencionado, son los estudiantes de la UAM-A los más beneficiados con los resultados de esta investigación, pero también puede extenderse el beneficio a los estudiantes de otras instituciones de educación superior en México. A los profesores que imparten esta UEA también se les podrá simplificar el trabajo en el aula, y en general será de utilidad para toda persona que busque un apoyo al entendimiento claro y conciso de la representación bidimensional de objetos tridimensionales.

- *Implicaciones prácticas. ¿Ayudará a resolver algún problema real?*

El problema real consiste en que los estudiantes tienen dificultades para visualizar los objetos partiendo de sus proyecciones y no logran deconstruirlos y representarlos gráficamente en una superficie bidimensional. El material propuesto de esta investigación logrará resolver el problema consiguiendo que los estudiantes visualicen conceptos básicos de Geometría Descriptiva logrando que a futuro conciben y representen diferentes objetos.

- *Valor teórico. ¿Se llenará algún hueco de conocimiento?*

Lo considero afirmativo, dado que en las UEA de Geometría Descriptiva de las licenciaturas de Diseño en la UAM A, no se cuenta con material didáctico apoyado en las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) que esté específicamente diseñado para impartir en forma presencial dichas UEA, además que se convierte en un importante material de consulta que también podrá ser utilizado en aulas virtuales.

## Desarrollo del documento

El documento para su desarrollo se ha organizado en cuatro capítulos que a continuación se describen.

**En el primero, el MARCO TEÓRICO** se abordan los temas que se involucran en esta investigación, iniciando con la **GEOMETRÍA DESCRIPTIVA** y su proceso de enseñanza aprendizaje. El impacto de las **TIC** en dicho proceso, donde se abordan definiciones, antecedentes, funciones e integración al ámbito educativo para hacer una propuesta del Perfil idóneo del docente de Geometría Descriptiva. Se hace referencia a la **PEDAGOGÍA COGNITIVA CONSTRUCTIVISTA APLICADA A LA GEOMETRÍA DESCRIPTIVA**, tocando temas importantes como son reflexiones y teorías cognitivas del aprendizaje, donde se mencionan algunos teóricos. Todo esto logrando aterrizarlo al pensamiento y al proceso de visualización.

**En el segundo capítulo** se menciona el **MÉTODO DE INVESTIGACIÓN**, aquí se hace referencia al diseño de la investigación, por lo tanto a la metodología aplicada para abordar el problema.

**En el capítulo tres, la PROPUESTA DE DISEÑO**, todo lo relacionado con el producto objeto de diseño que se propone para coadyuvar en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría Descriptiva.

**El capítulo cuatro**, se refiere al **ANÁLISIS DE RESULTADOS** obtenidos a partir de la aplicación del producto a dos muestras de estudiantes: grupo piloto y grupo control, después de levantar, analizar e interpretar los datos, llegando a las conclusiones de la aplicación.

En cuanto a las **CONCLUSIONES** y **RECOMENDACIONES** de la investigación, se verifica si efectivamente se llegó a los objetivos propuestos cumpliéndose y probándose las hipótesis planteadas. De igual forma es aquí donde se hacen algunas sugerencias y recomendaciones

Se presenta la **BIBLIOGRAFÍA** de consulta.

## **Capítulo 1 MARCO TEÓRICO**

*“Que nadie entre aquí si no conoce la geometría”*

Pitágoras



La presente investigación inicia haciendo un planteamiento de los temas que serán abordados, dado que es necesario sustentar teóricamente el estudio, situación que implica analizar y exponer teorías y antecedentes en general. La revisión de la literatura es tan importante como el enfoque elegido para la investigación.

A continuación se analizarán los temas principales que intervienen en esta investigación:

### 1.1 GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

Dado que esta investigación pretende apoyar el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría Descriptiva, es fundamental subrayar diversos aspectos de ella, así como hacer un planteamiento histórico que le de sustento.

#### 1.1.1 Antecedentes históricos

Los egipcios nos dejaron un importante legado en “agrimensura”<sup>1</sup>. Fueron precisamente los agrimensores egipcios los que iniciaron los preceptos de la geometría Euclidiana. En el antiguo Egipto, cuando el río Nilo inundaba las tierras, los egipcios por medio de la agrimensura y la geometría, median constantemente los límites y linderos de sus terrenos o parcelas, al igual que la casi perfecta cuadratura y orientación norte-sur de la gran Pirámide de Giza, construida en el año 2700 a.de C. Trejo (2001:7)

La Geometría nace en Babilonia y en el antiguo Egipto alrededor del 2700 a. de C. por la necesidad de medir terrenos agrícolas para la construcción de edificaciones y por intereses astronómicos. Uno de los más antiguos manuscritos egipcios que se han descubierto es el documento “*Instrucciones para el conocimiento de todas las cosas oscuras*” Gustafson (2006:41), los sacerdotes egipcios llamaban “*cosas oscuras*” a una colección de reglas y problemas con sus respuestas, que trataban de cuestiones aritméticas y de la medida de algunas figuras geométricas. Estos conocimientos no pertenecían al vulgo común, sino solamente a algunas clases sociales privilegiadas.

---

<sup>1</sup> Arte de medir tierras. (<http://buscon.rae.es> Marzo 11, 2010)

Las aportaciones, tanto de babilonios como de egipcios, fueron aprovechadas por el pueblo griego. Son los griegos quienes instituyen la costumbre de resolver problemas geométricos únicamente con regla sin marcas ni números y compás. Uno de los primeros griegos que inició la sistematización y al que algunos atribuyen el nacimiento de la geometría como ciencia fue Heródoto, Trejo (2001:7) quien realiza sus estudios geométricos a partir de la disertación y deslinde de los campos destruidos por las crecientes del río Nilo que arrasaba con las tierras de siembras de los egipcios.

El mundo griego es considerado como el que dio a luz el pensamiento científico, y es muy probable que Tales de Mileto considerado por Aristóteles como el primero de los “*filósofos de la naturaleza*” haya sido uno de los primeros hombres que llevaron a la geometría al orbe griego. A él se deben los primeros conocimientos geométricos que encontramos en Jonia, también se sabe que Tales de Mileto fue el iniciador del método deductivo que hace de la geometría una ciencia racional, Trejo (2001:8). Fue el primer filósofo griego que intentó dar una explicación física sobre el universo, desprendida de la religión, además de intentar explicar la naturaleza por medio de la simplificación de los fenómenos observables y la búsqueda de sus causas en el mismo entorno natural. Es conveniente mencionarlo como el sembrador del germen del razonamiento geométrico ya que elaboró un conjunto de teoremas generales y de juicios deductivos a partir de dichos conocimientos; todo esto fue recopilado posteriormente por Euclides en su obra “*Los Elementos*”. Se le atribuye el haber realizado la medición de la altura de las pirámides de Egipto mediante las sombras que proyectan.

*“Lo más grande es el espacio, porque lo encierra todo”*

(Euclides, alrededor del 300 a. de C.) <http://www.capitalemocional.com/Trastero/frases.htm>  
(Mayo 22, 2010)

“*Los Pitagóricos*” fueron los primeros en sostener la forma esférica de la tierra y postular que ésta, el sol y el resto de los planetas conocidos hasta ese momento, no se encontraban en el centro del universo sino que giraban en torno a una fuerza simbolizada por el número uno.

Arquitas de Tarento, el más famoso de la Grecia Antigua, fue el primero en aplicar los principios de la geometría a la mecánica, logrando inventar la polea y el tornillo. Al hablar de él es conveniente mencionar el llamado *“Problema Délico”*, el cual forma parte de *“Los Problemas Clásicos de la Geometría Griega”*, destacando su interés por la Geometría, Trejo (2001:9).

Otros de *“Los Problemas Clásicos de la Geometría Griega”*, nos hablan de la trisección del ángulo, es decir, dividir un ángulo dado en tres partes iguales; también de la cuadratura del círculo, que se refiere a construir un cuadrado con área igual a la de un círculo determinado. Quien resuelve teóricamente estos problemas, es Hipias de Elea, nacido a mediados del siglo V a. de C.

La utilización del uso de las letras en las figuras geométricas se debe a Hipócrates de Quíos, pues con él se encuentran por primera vez frases como *“El punto sobre el cual está la letra A”*, *“La recta sobre la cual está escrito AB”*, , *“es el primer autor de Elementos como conjunto de problemas y teoremas enlazados lógicamente a partir de algunos principios, de tal modo que la geometría deja de ser con él una técnica para tomar el rango de ciencia deductiva”* Wussing (1998:33), que posteriormente culminaría con Euclides.

Aristocles, filósofo y geómetra prestó particular atención a los fundamentos lógicos. En un bosque cercano a Atenas dedicado al héroe Akademos, Platón funda *“La Academia”* siguiendo el modelo de la escuela Pitagórica. Ahí, los estudios se asientan en diversas disciplinas y en la disertación de la Ciencia sobre bases del conocimiento geométrico. En el *“Timeo”*, uno de sus importantes *“Dialogos”*, se menciona a los cuatro elementos que explican la naturaleza (fuego, tierra, aire y agua), por medio de los cuerpos geométricos más perfectos: Tetraedro, Hexaedro, Octaedro, Dodecaedro, Icosaedro (Figura 1.1); éstos son cuerpos geométricos caracterizados por ser poliedros convexos cuyas caras son polígonos regulares iguales y en cuyos vértices se unen el mismo número de planos; en la actualidad son conocidos con el nombre de Sólidos Platónicos en honor precisamente a Platón, ya que es a él a quién se le atribuye haberlos estudiado en primera instancia. Platón considera que son los cuerpos geométricos

perfectos los que dan origen a los elementos que componen el mundo material, considera a éstos como si fueran resultado de la naturaleza y no concebidos por la mente humana, Wussing, (1998:40); de esta forma al ser los cuerpos geométricos perfectos concebidos por la naturaleza se convertían en algo tal vez mágico o de fuerza divina que no requería mayor estudio de lo ya conocido en esa época.

SÓLIDOS PLATÓNICOS					
Imagen					
Nombre	<b>TETRAEDRO</b>	<b>HEXAEDRO</b>	<b>OCTAEDRO</b>	<b>DODECAEDRO</b>	<b>ICOSAEDRO</b>
Planos	4	6	8	12	20
Vértices	4	8	6	20	12
Aristas	6	12	12	30	30

Figura 1.1 Sólidos platónicos.  
[http://es.wikipedia.org/wiki/Sólidos\\_platónicos](http://es.wikipedia.org/wiki/Sólidos_platónicos) (Nov.18, 2009)

Para Platón, la geometría era el principio de toda sabiduría, cosa que lo llevo al error de creer que los conceptos de la geometría tienen una existencia independiente del pensamiento humano y en general, de toda actividad, con leyes propias y de orden superior a las que obedecen los cuerpos físicos. Era tal su atracción y gusto por la geometría, que se sabe que en la puerta de su Academia colocó la inscripción que rezaba:

*“Que nadie entre aquí si no conoce la geometría”*  
 Pitágoras, tomado de González, Irigoyen, Ordaz, Poo y Rosas (2009:7)

Alejandro Magno (332-331 a. de C.), al conquistar Egipto instaura lo que a futuro sería la capital científica del nuevo mundo griego: Alejandría, donde fundó una gran

universidad y una biblioteca que durante años fueran el centro y la capital del saber humano, Wussing (1998:51). Fue ahí donde un líder de un equipo de matemáticos llamado Euclides (325 – 265 a.de C.) en su obra “*Los Elementos*” logra volver los ojos al estudio de la geometría organizando y sistematizando todos los conocimientos geométricos anteriores, se dice que después de la Biblia, es la obra que ha tenido mayor difusión en todo el mundo.

“*Los elementos*” están divididos en trece libros de los cuales los cuatro primeros hablan de geometría plana, el quinto trata de las proporciones y los tres últimos de la Geometría del espacio, Wussing (1998:54).

En esta obra se presenta de manera formal partiendo únicamente de cinco postulados, el estudio de las propiedades de líneas y planos, círculos y esferas, triángulos y conos, todas ellas formas regulares. Las ideas de Euclides, constituyen una considerable abstracción de la realidad, algo que aún se maneja en Geometría Descriptiva de acuerdo con él:

- El punto, no tiene tamaño y se le asigna una dimensión nula o de cero.
- La línea al tener solamente longitud adquiere una dimensión igual a uno (1D).
- Una superficie o plano al no tener espesor no tiene altura, por lo que su dimensión es dos (2D): largo y ancho.
- Un cuerpo sólido como el cubo, tiene dimensión tres (3D); largo, ancho y alto.

Cronológicamente a Euclides lo sigue Arquímedes (287 – 212 a. de C.), quien es recordado por el “*Principio de Arquímedes*”, Wussing (1998:56), que menciona:

*“Todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje vertical  
y hacia arriba igual al peso del fluido desalojado”*

<http://www.capitalemocional.com/Trastero/frases.htm> (Mayo 22, 2010).

Se le atribuye también el estudio exhaustivo de la espiral uniforme conocida como “*Espiral de Arquímedes*” y la Ley de la Palanca que le llevó a proferir la célebre frase

*“Dadme un punto de apoyo y moveré el mundo”*

<http://www.capitalemocional.com/Trastero/frases.htm> (Mayo 22, 2010)

El tercer gran matemático de la edad de oro de la geometría griega y el último de la antigüedad clásica es sin duda el conocido como el *Gran Geómetra*: Apolonio de Perga o Pérgamo (260 – 200 a. de C.) que junto con Euclides y Arquímedes son considerados como los verdaderos legisladores de la Geometría. A este geómetra griego se le reconoce por su famosa obra sobre las secciones cónicas, Wussing (1998:58).

A partir de la conquista de Egipto por los romanos, inicia una nueva orientación científica a la que se le llama Segunda Escuela de Alejandría, donde aparecen entre otros Menelao de Alejandría, quién escribe un tratado de tres libros titulado *Esféricas*, en el cual hace un profundo estudio de los triángulos esféricos que posteriormente completaría Ptolomeo, que escribió libros sobre la proyección ortográfica y la estereográfica, que sin duda son los fundamentos de la moderna Geometría Descriptiva.

La Geometría alcanzó un gran esplendor en Grecia, pero al ser los griegos conquistados por los romanos, empezó su decadencia, la cual se vio acabada por completo con el cierre y destrucción de la Universidad y el incendio de la Biblioteca de Alejandría, al ser ésta conquistada por los árabes.

Después de la destrucción, los geómetras eruditos se alejaron de Egipto y se dispersaron por todo el mundo civilizado, llegando de esta forma a los hindús y principalmente a los árabes, a los que les debemos que muchos años después por medio de las universidades islámicas fundadas en España, la Geometría se introdujera en la época del Renacimiento en toda Europa. Así, las obras fundamentales como “*Los Elementos*” de Euclides se tradujeron al árabe y se estudiaron por muchos siglos en Bagdad, mientras que en Europa, después de la caída de los romanos (476 d. de C.) fue necesario esperar que este conocimiento, junto con la aritmética y el álgebra provenientes de India y China, se asimilaran. Todo esto aconteció hasta el siglo XII, cuando en algunos monasterios se forman escuelas que posteriormente en el siglo XIV

adquieren gran importancia, llegando a ser las actuales grandes universidades de Europa.

### 1.1.2 Desarrollo de la Geometría Descriptiva

A pesar de que es durante la Edad Media cuando nacen las universidades, no hay un avance significativo en el desarrollo y progreso de la Geometría, salvo algunas traducciones principalmente de “*Los Elementos*” de Euclides del árabe al latín por el monje inglés Atelbardo de Bath (1570) y al inglés por Henry Billingsley (1570), Trejo (2001:13).

Es hasta finales del siglo XV, gracias a algunos manuscritos salvados después de la destrucción de Alejandría, cuando renacen las ciencias exactas y despierta de esta forma una nueva curiosidad e inquietud por la Geometría, logrando con esto que los geómetras renacentistas se ocuparan de dar a la ciencia que cultivaban, la generalidad de la que carecía.

A partir del Renacimiento, se piensa en la unión Analítico-Geométrica y de ahí se genera la idea de que la Geometría también debe expresarse con signos ya que hasta entonces solo se había expresado con palabras y trazos, Wussing (1998:95). Hago mención a continuación a algunos geómetras importantes de esta época, siguiendo la cronología utilizada en Trejo (2001: 15 a 25).

François Viète (1540-1603) su aportación es los signos algebraicos así como la graficación de las ecuaciones de primero y segundo grado, también restituye el tratado de Apolonio sobre las tangentes y transforma los triángulos esféricos en otros cuyos lados y ángulos se corresponden con los del triángulo primitivo<sup>2</sup>.

Johannes Kepler (1571-1630) introduce el uso del infinito en geometría y construye las elipses del sol correspondientes a distintos lugares de la tierra por medio de una

---

<sup>2</sup> Triángulos cuyos vértices son puntos de una retícula pero sin ningún otro punto reticular ni en su interior ni en su frontera. Así se puede afirmar que todo triángulo cuyos vértices sean puntos reticulares puede descomponerse en triángulos primitivos. (<http://www.uam.es/otros/hojavol/hoja8/pick08.html>) Marzo 11, 2010.

ingeniosa aplicación de las proyecciones, dos siglos antes de la creación de la geometría descriptiva.

Shellius (1581-1626) completa las ideas de Viète sobre los triángulos polares<sup>3</sup> o suplementarios y establece las bases de la ley de dualidad en la Geometría de la esfera.

Gerard Desargues (1593-1662) contribuye a los teoremas de la geometría proyectiva y tiene la audacia de concebir las rectas paralelas como concurrentes en un punto infinitamente lejano.

Blaise Pascal (1623-1662) a los dieciséis años escribió un Ensayo sobre las Cónicas y también se ocupó de las áreas, volúmenes y centros de gravedad de los cuerpos.

René Descartes (1596–1650), logra la aplicación del lenguaje del Álgebra a la Geometría. Su aportación más trascendente es el uso de las coordenadas o Sistema Cartesiano, con el que logró dar a la geometría un método y una universalidad ya que hacía posible que no fuera necesario imaginar un procedimiento especial para cada figura. Para Descartes, la matemática no era un fin, sino un “método” que conduce a la realización de un propósito que daba como resultado la matemática universal.

Schooten (1615–1661) en Holanda, extiende el método cartesiano al espacio, considerando este hecho como el primer paso hacia la geometría analítica de tres dimensiones que se desarrolló medio siglo después.

Por muchos años, los matemáticos se dedicaron al cálculo infinitesimal, lo que dio como resultado que se dejara de lado el estudio de la Geometría hasta finales del siglo XVIII cuando a consecuencia del nuevo clima científico que trajo la Revolución Francesa, aparece por necesidades de tipo militar Gaspard Monge (1746–1818), del cual haré referencia más adelante.

Durante el Renacimiento se aprecia cómo los tratadistas de arquitectura utilizaron a la Geometría para sus explicaciones. Vitrubio (Siglo I a. de C.), escribió el tratado “*De*

---

<sup>3</sup> Triángulos polares, son los determinados por las rectas polares determinadas por las cónicas. ([http://www.xtec.cat/~qcastell/ttw/ttwesp/definicions/d\\_polar\\_tr.html](http://www.xtec.cat/~qcastell/ttw/ttwesp/definicions/d_polar_tr.html)) Marzo 11, 2010.



*Architectura*” en el que ya aparecen diversos dibujos de edificios en “*planta y alzado*”, (“plano y elevación”) y a lo que él llamaba “*iconografía y ortografía*”. Así durante el Renacimiento, el trabajo en torno a la Geometría recae en los artistas, los cuales por su formación eran hombres con conocimientos universales, la mayoría de las veces contratados por reyes y príncipes para realizar todo tipo de tareas relacionadas en ese momento con la Geometría: pinturas, fortificaciones, canales, puentes, máquinas de guerra, palacios, templos e iglesias. Todos estos artistas estaban severamente obligados a aprender y manejar matemáticas, física, arquitectura, ingeniería, tallado de piedra, trabajo de metales, anatomía, óptica, estática e hidráulica; es en el siglo XV cuando por todo este trabajo que desempeñaban se convierten en los mejores físico matemáticos, y por lo tanto es válido afirmar que en ese momento eran los mejores geómetras.

Es durante el Renacimiento cuando aparece el problema geométrico para representar al mundo real que es tridimensional, sobre un lienzo que es bidimensional; es en ese momento cuando surge la Geometría Descriptiva, aunque aún no se usaba como tal. De esta época se hace referencia a algunos destacados personajes, como son:

Filippo Brunelleschi (1377–1446), estudió intensa y profundamente las matemáticas, mostrando en esa época la representación que actualmente conocemos de la perspectiva.

Alberto Durero (1471-1528), escribió dos tratados, uno sobre geometría descriptiva, llamado “*Unterweysung der Messung mid dem Zyrkel und Rychtcheyd* (La manera de medir medio círculo y . . . )”, que es un escrito sobre formas y construcciones con compás y regla, en el que utilizando proyecciones horizontales y verticales realizaba trazos de curvas, y otro llamado “*Los Cuatro Libros de las Proporciones Humanas*”. Con esto intentó acercarse a la elaboración de un texto sobre geometría que lograra ejemplificar la aplicación de ésta a la perspectiva.

Leonardo Da Vinci (1452–1519), pintor, escultor, arquitecto y hombre de ciencia, fue otro estudioso de gran importancia en el desarrollo de la geometría. En su magnánima obra aplico siempre los conceptos de perspectiva pero, debido a su inquieto carácter

parece no haber tenido una estrecha relación con la tendencia matemática, por lo mismo sus estudios aunque bien aplicados en su obra, no constituyeron un estudio formal visto desde la Geometría.

D'angelo Bramante Donato (1444–1514), arquitecto y pintor se dedicó a la representación tridimensional de organismos espacio-estructurales complejos.

Rafael Sanzio (1483–1520), pintor italiano, su aportación consiste en llevar a cabo complejas concepciones arquitectónicas dentro de una representación diédrica (concepto que más adelante explicare).

Desde el siglo XVI se enseñaba en las escuelas y talleres de pintura la teoría de la perspectiva, de acuerdo con los principios establecidos por los maestros antes mencionados. Sin embargo, los tratados sobre perspectiva hasta ese momento solo habían consistido en preceptos, reglas y procedimientos, pues aún no contaban con una sólida base matemática. Fue entre 1500 y 1600 cuando artistas y matemáticos logran situar a la Geometría sobre una base deductiva que logra transformarla de un arte casi empírico a una verdadera ciencia. A finales del siglo XVI y mediados del XVII, Girard Desargues (1591–1661), presentó interesantes estudios ya estructurados en torno a cuestiones particulares de geometría. Si bien, la mayor parte de su trabajo fue teórico, Desargues disfrutaba mucho con las posibles aplicaciones de la Geometría. Fue de esta manera cómo consiguió una nueva forma de hacerla, a la que llamó “geometría proyectiva”. Obtuvo resultados muy importantes en el estudio de “La perspectiva”, como lo es el “*Teorema de Desargues*”, que enuncia que en el plano proyectivo, dos triángulos son perspectivos desde un punto, si y sólo si, son perspectivos desde una recta.

Es en el siglo XVIII cuando se produce el definitivo impulso de la racionalización geométrica en cuanto a la representación. Esto se debe en gran parte al avance de la experimentación dentro de la estereotomía donde los trazos gráficos de la piedra empiezan a ser realizados con más metodología, alcanzando así una maduración plena.

Frézier (1682–1773) su aportación más importante fue la publicación del “*Traité de stéréotomie á l’usage de l’architecture*” (Tratado de estereotomía para usar en la arquitectura), donde muestra la necesidad de establecer las reglas de arquitectura sobre bases sólidas gracias a estudios teóricos de geometría y de mecánica, y hace notar que las obras anteriores están hechas únicamente para obreros y artesanos, en cambio su trabajo lo dirige a las personas que van a conducir o dirigir las obras, tales como los ingenieros y los arquitectos. En esta obra, el autor se propone proporcionar la teoría de las secciones de los cuerpos, ya que es necesaria para la demostración del uso que se puede dar en arquitectura para el corte de piedra y madera en la construcción de bóvedas. Frézier estudia además la relación que existe entre un elemento en el espacio, y sus proyecciones ortogonales, afirmando que para determinar una figura en el espacio es necesario conocer por lo menos dos de sus proyecciones, por esta razón se puede afirmar que fue este autor el primero en estudiar los problemas de arquitectura de una manera racional y científica. Sin embargo, en esos momentos la Geometría Descriptiva aun era considerada solo como una técnica gráfica única pero aún faltaba lograr toda una síntesis, simplificación y sistematización definitiva en cuanto a la representación gráfica y, lograr con esto la condición de ciencia autónoma que como disciplina alcanzaría posteriormente con el trabajo de Gaspard Monge.

Es hasta el siglo XIX cuando se origina el renacimiento de la Geometría a partir del desarrollo de la *dualidad* y de las *coordenadas homogéneas* que supusieron un gran avance en la consolidación de lo que sería la Geometría Proyectiva propiamente dicha. De este siglo XIX, se consideran a autores importantes, como:

Jean Víctor Poncelet (1788 –1867), discípulo de Monge en la Escuela Politécnica y después en la Academia Militar de Metz, fue un gran matemático e ingeniero, en 1822 logra una concepción sintética y amplia de las propiedades del espacio. Sus descubrimientos matemáticos más importantes que habrían de establecer las bases de una profunda reforma de la Geometría fueron generados durante los años de su cautiverio en la prisión de Saratoff, a consecuencia de la campaña napoleónica de Rusia.

*“En ambientes matemáticos se oye decir con frecuencia que la geometría proyectiva moderna nació en la prisión de Saratoff”.*

*[http://es.wikipedia.org/wiki/Jean-Victor\\_Poncelet](http://es.wikipedia.org/wiki/Jean-Victor_Poncelet) (Marzo 11, 2010).*

Augustus Ferdinand Möbius (1790–1868), su aportación a la geometría analítica y proyectiva fue en 1837 con la introducción de las coordenadas homogéneas que son la herramienta usada para describir analíticamente un punto en el espacio proyectivo, actualmente su uso es principalmente en infografía para la representación de escenas tridimensionales.

Von Staudt (1798–1867), es considerado como el fundador de la geometría de posición pura libre de las relaciones métricas, sus principales obras son “*Geometrie der Lage*” (Geometría de la posición, 1847) y “*Beiträge zur Geometrie der Lag*” (*Consideraciones sobre la geometría de la posición*, 1856-1860).

Es con la aportación de estos últimos autores con los que se culmina el proceso de aportaciones metodológicas y conceptuales en el desarrollo de la geometría descriptiva actual. A finales del siglo XIX, se inicia en España un proceso de renovación de la matemática, impulsado entre otros autores por Eduardo Torroja Caballé (1847–1918), quien centra su labor en difundir la geometría proyectiva sintética de Von Staudt. Entre sus obras se encuentran:

- *Programa de las Lecciones de Geometría Descriptiva* (1888)
- *Tratado de la Geometría de posición* (1899)
- *Teoría Geométrica de las líneas alabeadas* (1904)
- *Tratado de la geometría de posición*, versión española de la geometría de Staudt.

También en este mismo siglo XIX, es donde se produce un avance general en el estudio de los sistemas de la Geometría Descriptiva, todo esto se ve reflejado en algunos tratados publicados como el de Gournerie (1837), Leroy (1842), Oliver (1843) y Adhemar (1846). A principios del siglo XX, se inicia la maduración de la lógica interna

del sistema diédrico con el planteamiento del método directo, cuyas características esenciales son la supresión de la rígida conexión diedro-forma establecida por Monge.

Resulta importante mencionar que muchas de las experiencias e investigaciones de tipo visual, han crecido en un campo externo a la comunidad matemática, no obstante han dado origen a nuevos puntos de investigaciones geométricas. Por ejemplo, el artista holandés Maurits Escher quien utilizó las teselaciones<sup>4</sup> de manera extensiva en la producción de sus obras de arte en el período de 1937-1971.

Otros interesantes desarrollos en los últimos años son la Geometría Fractal, que consiste en el estudio de objetos geométricos auto semejantes de dimensiones fraccionarias; la Teoría Geométrica de Nudos aplicada a la biología, la Geometría Proyectiva aplicada a la realidad virtual. También hoy en día está siendo estudiada la Geometría de las pompas de jabón. Y dado que el tema específico que me ocupa es la Geometría Descriptiva, me centraré en algunas ideas importantes sobre el padre de la misma.

### **1.1.3 Gaspard Monge, el padre de la Geometría Descriptiva**

Gracias a Gaspard Monge la Geometría Descriptiva se transforma en disciplina científica, con reglas, métodos y procedimientos propios y generalizados que han dado como resultado la resolución de problemas espaciales, sin olvidar también la substancial relación que existe entre la geometría descriptiva y el corte de la piedra y la madera llamado estereotomía.

Monge nació el 9 de mayo de 1746, en Beaunne, Francia. Hijo de Jacques Monge, un afilador ambulante y de Jeanne Rousseau hija de un cochero de la ciudad. A pesar de sus escasos recursos económicos, y debido al enorme respeto que su padre tenía hacia la educación, logró realizar sus estudios básicos en el Collège d'Oratoriens de Lyon, donde destaca en todas las disciplinas intelectuales así como también da a conocer sus extraordinarios dotes para el dibujo.

---

<sup>4</sup> Una teselación se establece cuando se cubre una superficie con un patrón de formas planas de manera que no se superponen ni hay huecos. (<http://www.disfrutalasmaticas.com/geometria/teselaciones.html>) Marzo 11, 2010.

A la edad de 14 años, construye una máquina de bomberos que ocasiona el asombro general de cuantos le rodeaban y preguntaban ¿Cómo es posible que sin guía o modelo puedas realizar algo así?, a lo que Monge respondía:

*"Tengo dos métodos infalibles de triunfar. Una invencible tenacidad y  
dedos para trasladar mi pensamiento con fidelidad geométrica"*

([www.google.com.mx/grandesmatematicos/imagenes/monge.jpg](http://www.google.com.mx/grandesmatematicos/imagenes/monge.jpg)) Enero 18, 2009.

Al respecto considero que Monge era un geómetra innato con un don insuperable para representar mentalmente las complicadas relaciones del espacio. Sus padres lo envían a estudiar a un colegio de la orden de los Oratorianos, donde le conceden una cátedra de física y además le insisten que ingrese a la orden, decide entonces regresar a su natal Beaune, donde realiza a sus 16 años de edad el plano de toda la ciudad, el original de este plano se conserva en la Biblioteca de Beaune, (Trejo, 2001). Este importante trabajo, le permite conocer a un oficial de Ingenieros, el coronel de Vignau comandante segundo de la École Royale du Génie de Mézières, el cual deseando aprovechar el gran talento de Monge le ofreció ir a Mézières donde podría utilizar su habilidad en el trazo de planos de defensa, de arquitectura y de corte de piedras.

La École du Génie de Mézières fue fundada en 1748 con el propósito de formar ingenieros militares ejercitados en la construcción de fortificaciones y en todos los trabajos de ataque; había adquirido rápidamente una gran reputación tanto por la calidad de los alumnos reclutados después de un difícil concurso, como por lo serio de la enseñanza allí impartida. Gaspard Monge, aceptó el ofrecimiento del coronel de Vignau y partió hacia Mézières, donde según algunos historiadores, pasaría los veinte años más prolíficos de su vida.

En la École du Génie, se dedicaban básicamente a formar al personal encargado de proyectar y ejecutar obras de ingeniería militar, específicamente fortificaciones en los que había que resolver problemas de enfilada, lo que se refiere a establecer el relieve de diferentes partes de una fortificación para protegerla del fuego enemigo -“*enfilare una fortificación*”, que se refiere a disponer sus parapetos de modo que estos protejan el

espacio interior de los golpes directos del enemigo instalado en el espacio exterior. Los problemas de enfilada tienen una gran analogía con los de las sombras: los golpes directos del enemigo reemplazan a los rayos luminosos, el espacio exterior y la superficie exterior respectivamente a los cuerpos luminosos y su superficie, la masa de los parapetos al cuerpo opaco y el espacio enfilado que debe contener el mismo el espacio interior de la fortificación, a la sombra proyectada.

En el año 1765 Monge fue encargado de resolver un problema de enfilada muy complicado. Al intentar resolverlo enunció las bases de una nueva técnica gráfica. Esto le mostró que el método de las proyecciones reservado hasta ese momento solo a los trazos más o menos empíricos de los talladores de piedra, de los carpinteros de obra y de los arquitectos era susceptible de los usos más diversos y que era posible, precisando sus principios hacer a la vez una técnica simple muy útil y una nueva rama de la geometría. Empezó a desarrollar métodos de representación de objetos tridimensionales mediante su proyección sobre dos planos, métodos que fueron clasificados como de alto secreto por el ejército y que constituyen los inicios y nacimiento de la Geometría Descriptiva.

En 1775 Monge presenta una de sus memorias matemáticas relativas a las superficies desarrollables y a la teoría de las sombras y de las penumbras. Como profesor en la escuela de Mézières logró hacer de la Geometría Descriptiva la base de la enseñanza práctica, formando importantes discípulos como Tinseau, Meusnier y Carnot entre otros.

En el momento del inicio de la revolución francesa Monge se convirtió en uno de los personajes más notables del mundo científico francés. En 1792 forma parte de la segunda comisión de la nombrada *Académie des Sciences* (Academia de ciencias) para preparar las bases científicas de la reforma de pesos y medidas resuelta por La Asamblea Constituyente, reforma que culminará más tarde con el establecimiento del sistema métrico decimal.

Consciente que en Francia existía la necesidad de una enseñanza superior teórica y práctica de gran valor, Monge crea en 1795 la *École Normale* y la *École Centrale de Travaux Publics* (Escuela Normal y escuela central de obras públicas). En la escuela

Normal destinada a la preparación de futuros profesores de enseñanza secundaria, Monge dio por primera vez un curso público de geometría descriptiva, curso que tuvo gran éxito y permitió que la geometría entrara en los programas de enseñanza científica, posteriormente gracias a la *École Centrale de Travaux Publics* que pronto se convirtió en la *École Polytechnique* (Escuela politécnica), la Geometría Descriptiva se expandió en numerosos países por toda Europa donde fueron creadas escuelas similares, las que hoy se pueden considerar como las primeras realizaciones de la enseñanza técnica superior moderna.

En 1796, al ser nombrado miembro de una comisión encargada de ir a recopilar en Italia los monumentos de arte y de ciencia que los tratados de paz acordaron con la armada francesa victoriosa, Monge conoce al general en jefe Napoleón Bonaparte. Durante este tiempo Napoleón preparaba la campaña de Egipto y, es ahí donde creó el *Institut d'Égypte* (Instituto de Egipto), nombrando a Monge como director del mismo, por medio del cual posteriormente realizaría la inmensa obra de recopilación de información en todos los órdenes sobre Egipto. Es también aquí cuando Monge a pesar de sus diversas tareas administrativas logra perfeccionar una memoria de geometría infinitesimal y un estudio de óptica sobre las causas del espejismo.

Debido a su cercanía con Napoleón, Monge se vio obligado a esconderse durante algunos meses, regresando a París en marzo de 1816 sin poder incorporarse nuevamente a su querida *École Polytechnique*, la cual fue suprimida y posteriormente reorganizada sobre otras bases. Después de esta penosa situación aún vivió dos años más, acabado por la enfermedad y agobiado por la desesperanza de haber visto derrumbarse toda su obra, el gran erudito Gaspard Monge murió el 28 de julio de 1818 sin recibir ningún homenaje oficial.

Monge pasó de la resolución de un problema de enfilada a una síntesis magistral expuesta en su tratado "Géométrie Descriptive" (1765-1795).

*Esta síntesis presenta en efecto a la geometría descriptiva en un cuerpo perfectamente constituido, en el cual los principios están expuestos de manera clara, los métodos más comunes ya listos y las*



*aplicaciones a numerosos sectores claramente sugeridas.*

(Trejo, 2001:24).

#### **1.1.4 Generalizaciones de la Geometría Descriptiva**

La finalidad del recorrido histórico presentado, es destacar aspectos que considero interesantes, mismos que expongo a continuación:

- Durante muchos siglos la Geometría se constituyó en la base de toda ciencia, pero ante la necesidad de superar los obstáculos de la percepción y de la intuición para dar un fundamento exclusivamente racional a la ciencia, perdió aquel papel protagónico, mismo papel que cedió al análisis y el álgebra.
- Si bien la geometría es una disciplina científica y como tal puede estructurarse en un esquema axiomático deductivo, está íntimamente relacionada con nuestra percepción espacial y por consiguiente encuentra su fuente de significado en ella.
- Los avances en Geometría no provienen únicamente de las investigaciones en el campo de la matemática, sino que tienen gran variedad de fuentes: el arte, los oficios, la técnica y las ciencias entre otras. Este hecho destaca el carácter vivo de la Geometría y su gran riqueza cultural que se traducen en una riqueza de relaciones que pueden utilizarse para su propio aprendizaje.
- Dentro de la Geometría se puede realizar un recorrido desde la percepción de los objetos y sus propiedades tal como los vemos a simple vista, o trabajar con representaciones y vistas de dichos objetos, o por el campo de la Geometría práctica donde se clasifican los objetos del mundo real en forma jerárquica y se proponen construcciones geométricas de diversos ámbitos, o con objetos del mundo platónico que pertenecen a la Geometría euclidiana y se realizan ahí precisamente pruebas euclidianas, o finalmente pasar por el mundo formal de la Geometría donde los objetos son definidos formalmente y sólo se acepta la prueba deductiva.

Como he mencionado es Gaspard Monge el creador de la Geometría Descriptiva, sin embargo también es conveniente mencionar que muchos de los procedimientos de esta ciencia, al igual que el uso de las proyecciones de los objetos; han sido usados en diferentes campos dentro del ámbito de la construcción, ya que eran conocidos desde hace mucho tiempo, principalmente por carpinteros y talladores de piedra.

Al hacer referencia sobre la generalización de la Geometría Descriptiva, es importante también mencionar a Lacroix, alumno y discípulo de Monge, quien fue el primero en desarrollar los principios de esta ciencia y además colocarlos al alcance de todos los lectores en su obra *Complément de géométrie* (Complementos de Geometría, 1795), (Trejo, 2001:41).

En su intento por hacer de la Geometría Descriptiva, una ciencia simple y de fácil acceso, Monge al publicar su primer tratado, descarta algunas cuestiones complicadas; mismas que retoma y amplía su alumno y después colega Hachette, en sus dos obras publicadas con el título de *Supplémens à la géométrie descriptive* (Complementos a la Geometría Descriptiva) entre 1812 y 1818. (Trejo, 2001:41).

Intentando siempre la generalización de la Geometría Descriptiva, otros autores realizaron diversos tratados como son los de Vallée, Leroy y Lefebure de Fourey. También durante el siglo XIX, aparece Théodore Olivier, quien dio para los últimos volúmenes del *Jornal de l'École Polytechnique*, algunas memorias sobre diferentes temas nuevos que a partir de ese momento, formaron parte de los nuevos tratados que posteriormente han aparecido sobre esta ciencia.

Para entender de qué forma Monge intento generalizar a la geometría descriptiva se analizara el contenido de su publicación Tratado de Geometría (1799), Trejo (2001:43).

Esta obra consta de una introducción y cinco capítulos:

1. Objeto y principio de la Geometría Descriptiva.
2. De los planos tangentes y de las normales a las superficies.
3. De las intersecciones de las superficies curvas.
4. Aplicaciones del método de construir las intersecciones de las superficies en la solución de diversos problemas.

## 5. Utilidad de la enseñanza de la Geometría Descriptiva en las escuelas de enseñanza media superior, y el estudio de las curvaturas y de las superficies.

En la introducción Monge insiste en la necesidad de implantar una mayor precisión en las diversas técnicas de construcción y afirma que el desarrollo de los estudios científicos y la difusión de la geometría descriptiva ayudarán a la realización de esta tarea.

En la 1ª parte, las proyecciones ortogonales. Aquí es donde desarrolla el importante sistema de representación que es el *Sistema Diédrico*. Habla del punto y de la recta sobre dos planos no paralelos y, muestra que esas proyecciones determinan los elementos proyectados.

En la 2ª parte, expone sobre los planos tangentes y las normales a las superficies curvas. Al estar cada punto de una de esas superficies definido por dos generatrices superpuestas secantes, las dos tangentes a esas generatrices definen el plano tangente en la superficie y, de hecho la normal. Esto se ha generalizado hasta nuestros días, ya que es el principio usado por algunos programas de modelado 3D, para dar texturas y acabados en los objetos modelados.

En la 3ª parte, se estudian las intersecciones de las superficies curvas. Aquí, se explica un método general con el que se determina la curva buscada por puntos, mismos que se ubican al cortar la figura por una serie de planos auxiliares y determinando puntos comunes a las secciones correspondientes de las dos superficies intersecadas. Monge insiste en describir métodos un tanto generales pero siempre exhortando a que el estudiante haga un análisis específico de todos los movimientos que él conciba en el espacio, a fin de encontrar soluciones algo más específicas a cada caso concreto.

En la 4ª parte, expone la importancia de la geometría descriptiva, mostrando las aplicaciones del método de construir las intersecciones de las superficies, todo esto aplicado en la solución de diversos problemas reales de su época; tales como son: la dificultad del levantamiento topográfico de un terreno que no es horizontal, la determinación de la posición de los puntos desconocidos de un territorio, con la ayuda

de observaciones hechas a partir de puntos de altitudes diferentes situadas sobre la vertical de un punto dado, cabe mencionar que este problema está muy relacionado a la actividad militar de Monge, puesto que él se ocupaba de una aplicación de los aeróstatos dentro de la milicia.

La 5ª parte, versa sobre la utilidad de la instrucción de la Geometría Descriptiva en las escuelas de enseñanza superior. Aquí también se puede observar la generalización que Monge trata de lograr en la Geometría, cuando intenta dirigirse a futuros profesores de esta ciencia para así lograr más fácilmente el dominio de la misma.

La edición original de la *Géometrie Descriptive* tal como fue publicada en los volúmenes de las *Séances des Écoles Normales*, termina en el quinto capítulo, lo que se publicó después se hizo a partir de la cuarta edición (1820), recopilado y preparado por alumnos y discípulos de Monge, tales como Brisson y el Reverendo William Farish entre otros. En las publicaciones posteriores se encuentran temas generalizados sobre la teoría de las Sombras y de la Perspectiva, así como un nuevo método de proyección, la isométrica, "*On Iso-metrical Perspective*" que Monge dejara solo en alguna de sus memorias.

En su ya nombrado intento por hacer más general esta ciencia y sus contenidos, Monge ve en la teoría de las sombras un medio de representar de una forma más clara y más real los objetos considerados. En cuanto a su exposición de la Teoría de la Perspectiva, distingue la "*perspectiva lineal*" que determina la posición de la imagen de cada punto y la "*perspectiva aérea*" que da los grados de sombra y de luz de cada parte del cuadro.

Algunos geómetras reconocen que la representación de ciertos objetos complejos a través de tres proyecciones ortogonales es la forma más adecuada pero solo para expertos, por lo que tratan de dar más fuerza a la teoría del sistema axonométrico. Monge a propósito de esto, "*reitera que una perspectiva es una especie de proyección que no difiere de la proyección ortogonal. . . que la primera se opera por medio de líneas que concurren al punto de vista de donde la perspectiva es tomada, mientras que por la segunda esas líneas son perpendiculares al plano de proyección*" Trejo (2001:47).

## La Geometría Descriptiva

Etimológicamente, la palabra geometría significa medir la tierra y, en sus orígenes se reducía precisamente a eso, la palabra descriptiva se refiere a la acción de describir. De acuerdo a la Real Academia Española, Geometría Descriptiva es *parte de las matemáticas que tiene por objeto resolver problemas de la geometría del espacio por medio de operaciones efectuadas en un plano y representar en él las figuras de los sólidos*. (<http://buscon.rae.es/drae/>). Abril 13, 2010.

En el espacio se encuentran todos los objetos que nos rodean y, de dichos objetos nos interesa su forma, su tamaño y su función. Considero que es necesario el buen entendimiento y adecuada utilización de la Geometría Descriptiva como herramienta para entender el entorno espacial. Ya que es esta ciencia parte de las matemáticas la que nos permite entender las propiedades geométricas y la relación espacial entre los objetos, por medio de dibujos y proyecciones de los mismos, todo esto sobre superficies bidimensionales, en las que se pueden resolver cuestiones y problemas no solo de objetos existentes, sino también de objetos que aun residen en nuestra imaginación.

Al mencionar las proyecciones de los objetos, es conveniente hacer referencia de que actualmente existen diferentes sistemas de representación de los mismos, tales que sirven para dicho fin, como son la perspectiva cónica, el sistema de planos acotados, entre otros, pero quizás el más importante es el sistema diédrico desarrollado como ya se mencionó por Monge (1799).

## Sistemas de representación

Como indican los dibujos prehistóricos que aún se conservan en diversas cavernas, el hombre siempre ha tenido la necesidad de expresar y comunicar sus ideas en forma gráfica. De ahí que la representación gráfica se haya convertido en un lenguaje universal, por lo que resulta de suma importancia conocer ciertos parámetros y sistemas de representación, para poder leer, entender y relacionar los objetos del espacio.

*“Todos los sistemas de representación, tienen como objetivo dibujar sobre una superficie bidimensional, como es una hoja*

*de papel, los objetos que son tridimensionales en el espacio”.*

Solís (2008:19).

A través de la historia y sin perder de vista el objetivo antes señalado, se ha llegado a diferentes sistemas de representación, mismos que cumplen con una condición fundamental que es la reversibilidad, esto quiere decir que se puede partir de la representación tridimensional del objeto y, posteriormente llegar a sus proyecciones. También puede ser que a partir de sus proyecciones se logre la representación tridimensional del objeto.

### **Sistemas de proyección**

Para poder representar un objeto sobre un plano al que se nombra plano de proyección es necesario utilizar un sistema de proyección que mediante rayos o rectas proyectantes, que son líneas imaginarias que pasan por todos los puntos del objeto y, al hacer contacto con el plano de proyección logran la proyección de cada uno de los puntos que forman el objeto.

En todos los sistemas de proyección intervienen los siguientes elementos: el objeto que se desea representar, la superficie o plano de proyección que será sobre el cual aparecerá la proyección buscada y las proyectantes, líneas imaginarias que unen los puntos del objeto con el plano de proyección.

De acuerdo a la posición que guardan las líneas proyectantes entre sí al pasar por el objeto y el ángulo de incidencia con respecto al plano de proyección se determinan los sistemas de proyección. Ver figura 1.2.

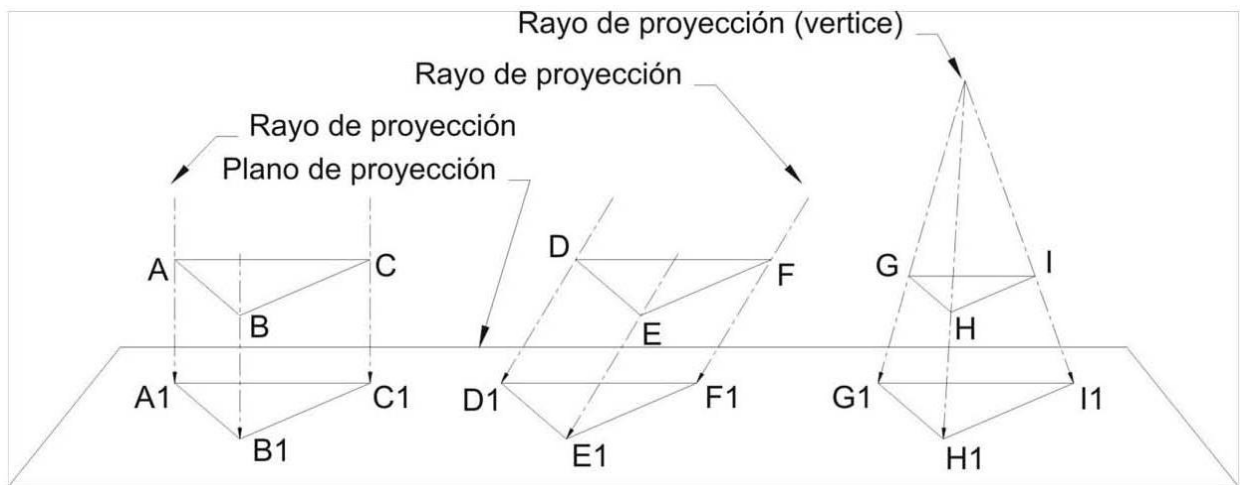


Figura 1.2 Sistemas de representación: cilíndrica ortogonal, cilíndrica oblicua, central o cónica. Solís (2008:20)

**Proyección cilíndrica.** Se identifica cuando las proyectantes que determinan el objeto son paralelas entre sí y oblicuas o perpendiculares al plano de proyección por lo que este tipo de proyección puede ser oblicua u ortogonal.

**Proyección cilíndrica oblicua.** Cuando las líneas proyectantes son paralelas entre sí y oblicuas al plano de proyección.

**Proyección cilíndrica recta u “ortogonal”.** Cuando las líneas proyectantes son paralelas entre sí y además perpendiculares al plano de proyección. Como ya se mencionó: dentro de este ámbito el término proyección hace referencia a la representación de objetos tridimensionales sobre una superficie bidimensional; la palabra ortogonal y ortográfica tienen sus raíces en dos palabras de origen griego que son:

**Orthos:** recto, ángulo recto.

**Graphicos:** describir con líneas de dibujo.

El término “proyección ortogonal u ortográfica” se deriva de ambos vocablos, y se refiere al ángulo recto que forman las líneas proyectantes con el plano de proyección, dado que dichas líneas tocan al plano de proyección en forma perpendicular.

Este tipo de proyección es el que se maneja en los cursos de Geometría Descriptiva I y II en las licenciaturas de diseño de la UAM A, razón por la cual aumenta el interés por ella.

**Proyección cónica.** Cuando las líneas proyectantes divergen de un punto común llamado vértice y forman a la vez una especie de cono.

Geométricamente hablando estos sistemas de proyección son importantes ya que si consideramos las proyectantes como rectas imaginarias en abstracto obtendremos una proyección propiamente dicha y utilizada en los primeros cursos de Geometría Descriptiva pero si los consideramos como rayos luminosos paralelos entre sí su representación sobre el plano de proyección será la sombra de la figura con luz natural y si los rayos son divergentes lo que estamos logrando es la sombra de una figura con luz artificial. De igual manera si consideramos las proyectantes como rayos visuales tendremos un acercamiento a la perspectiva donde la proyección sobre el plano es muy similar a la figura captada por el ojo humano. Aún cuando estas representaciones no son tema de esta investigación, finalmente éstas son del dominio de la Geometría Descriptiva.

En la figura 1.2 de la página anterior se han considerado las proyecciones tomando en cuenta un solo plano de proyección, lo cual generalmente no proporciona la suficiente información sobre la forma exacta de una pieza u objeto determinado, por lo que se hace indispensable recurrir a algún sistema que nos permita obtener mayor información sobre el objeto estudiado; este sistema es el llamado Sistema Diédrico o de Monge (en honor a su creador), es considerado como la base fundamental del dibujo técnico.

El sistema Diédrico consiste en una **proyección ortogonal** en la que se utilizan dos planos de proyección, uno horizontal y otro vertical, los cuales al intersectarse en ángulo recto, forman un ángulo diedro recto. Es por medio de estos dos planos como manejamos y dividimos el espacio tridimensional para a partir de esto; entender y visualizar los objetos y sus proyecciones de acuerdo con su posición en el espacio.



El lenguaje gráfico y la generalización de su aplicación ha hecho necesario establecer normas, tratando de conseguir que los mensajes transmitidos puedan ser entendidos del mismo modo y con la debida precisión por los interesados, en todas partes. Hace más de un siglo se hizo evidente la necesidad de unificar el lenguaje técnico y con él, el lenguaje del dibujo y la representación grafica, medio fundamental para la transferencia de información técnica. Es a finales del siglo pasado, cuando la efervescencia industrial y comercial hizo tomar conciencia a industriales y autoridades, de la importancia de lograr el manejo eficiente de información técnica a través de un dibujo. Esto dio lugar al inicio y surgimiento de las primeras organizaciones de Normalización en países que de algún modo disfrutaban de cierto nivel de desarrollo.

Para que verdaderamente se logre un lenguaje universal en cuanto a representaciones, es conveniente partir de ciertas reglas y normas existentes como son la norma *UNE 1-032-82*, “*Dibujos técnicos: Principios generales de representación*”, equivalente a la norma *ISO 128-82*, (Solís, 2008:21). La cual me indica cómo y dónde debo colocar el objeto a observar, para determinar sus proyecciones. Una de las primeras medidas normalizadoras consiste en organizar la distribución de las distintas formas de observar un objeto y ubicar sus proyecciones sobre el papel, de modo que a partir de la posición relativa de las mismas pueda deducirse su correspondencia, sin necesidad de leyenda alguna que las identifique. Ver figura 1.3.

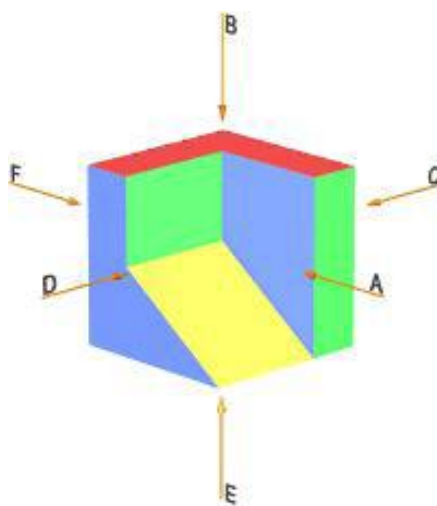


Figura 1.3 Determinación del ojo del observador hacia el objeto. Figura tomada de Solís (2008:22).

**Ojo del observador A**, el observador ve de frente al objeto, a esta proyección se le llama alzado o vista frontal.

**Ojo del observador B**, el observador ve desde arriba, esta es la planta o vista superior.

**Ojo del observador C**, el observador ve desde el lado derecho del objeto.

**Ojo del observador D**, el observador ve desde el lado izquierda del objeto.

**Ojo del observador E**, el observador ve desde abajo al objeto, vista inferior.

**Ojo del observador F**, el observador ve desde atrás del objeto, vista posterior.

Si bien es cierto que un objeto puede observarse desde todos los puntos o vistas antes mencionados, no son todas estas vistas en las que se apoya la geometría descriptiva, además que cabe mencionar que, no solo es importante unificar criterios en cuanto a las vistas, sino también en cuanto a la ubicación del objeto en el espacio y a la división y manejo del mismo. Por lo que partimos de ubicar en el espacio a los ejes cartesianos, mismos que al darles tridimensionalidad se convierten en planos vertical y horizontal, esto hace referencia al Sistema Diédrico, de esta forma se obtienen los espacios geométricos llamados *cuadrantes*. Resulta importante agregar que si en lugar de dos planos se intersectan tres, (vertical, horizontal y lateral) estaremos hablando de un Triedro Cuadrangular. Figura 1.4.

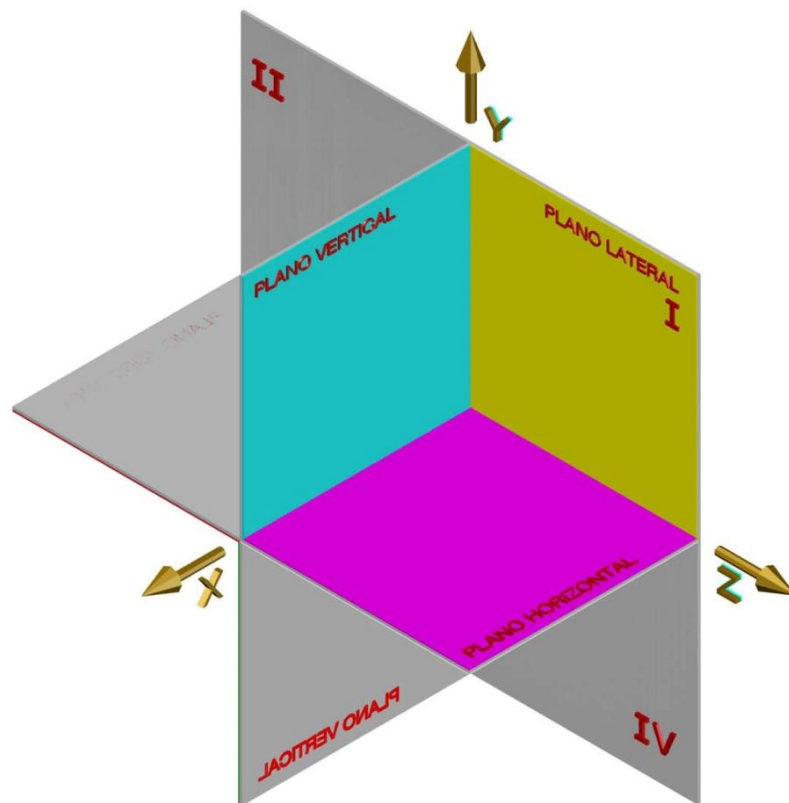


Figura 1.4 División del espacio. Triedro Cuadrangular.

Cada lugar en el que se divide el espacio recibe el nombre de *cuadrante* y de acuerdo con el cuadrante elegido para trabajar será el Sistema por medio del cual se desea observar, proyectar y representar el objeto. Actualmente existen dos alternativas convencionales para ubicar las proyecciones de un objeto en el dibujo, Sistema Europeo o del primer cuadrante y Sistema Americano o del tercer cuadrante.

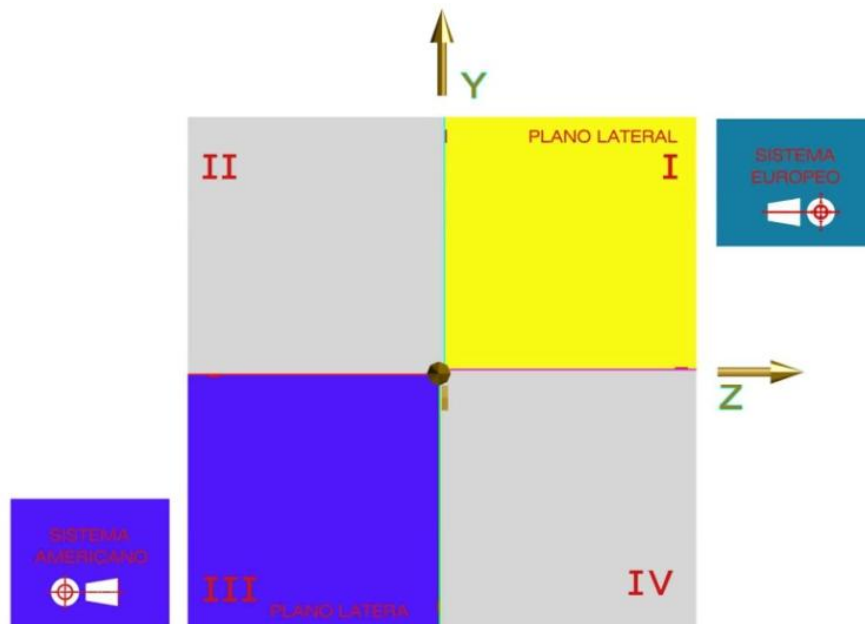


Figura 1.5 Sistema Europeo 1er cuadrante. Sistema Americano 2º cuadrante.

En el curso de Geometría Descriptiva I, que yo imparto en la UAM A, el sistema en el que se trabaja es el Americano o del 1<sup>er</sup> cuadrante. Así, de esta forma, se manejan tres planos de proyección y en consecuencia tres proyecciones del objeto. Para lograr entender la relación existente entre las proyecciones del objeto y el objeto en tres dimensiones, es importante partir de las proyecciones de dicho objeto. Las vistas o proyecciones del objeto tienen relación con la forma y posición que el observador tiene con respecto al objeto. Al referirnos a las proyecciones, describimos las vistas del objeto proyectado desde diferentes puntos espaciales. Así tenemos que al ubicar el ojo del observador arriba del objeto, estaremos viendo la proyección horizontal o también llamada planta (Figura 1.6), que se ubica sobre el plano de proyección horizontal, si se observa el objeto de frente se tendrá la proyección en el plano de proyección vertical y también llamado alzado (Figura 1.7) al hacer referencia a una tercera proyección o proyección auxiliar, el observador ve de lado lo que se proyecta en el plano de proyección lateral (Figura 1.8).

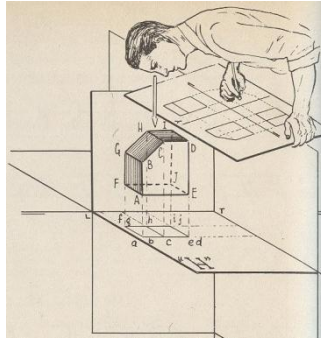


Figura 1.6 Proyección Horizontal. Camberos (1975:60)

En la siguiente figura 1.7 se aprecia al observador visualizando el objeto en su proyección vertical.

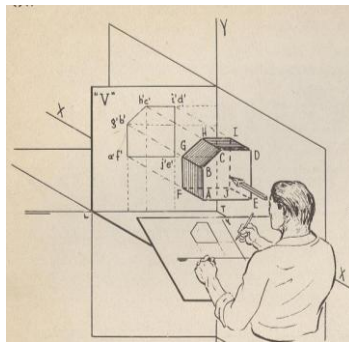


Figura 1.7 Proyección Vertical. Camberos (1975:60)

En la figura 1.8 el observador mira el objeto y ve su proyección en el plano de proyección lateral.

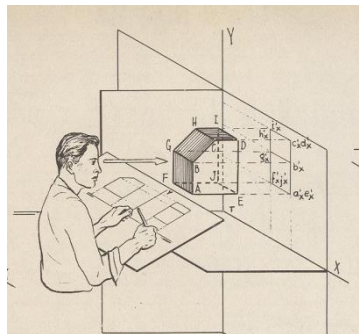


Figura 1.8 Proyección Lateral. Camberos (1975:60)

Es importante mencionar que en las figuras 1.6, 1.7 y 1.8 se está haciendo referencia a las proyecciones de un objeto situado en el primer cuadrante que pertenece a la representación del Sistema Europeo. Sin distinción del sistema empleado, se utiliza la Proyección Téédrica, la cual se describe como la forma de proyectar ortogonalmente el objeto sobre los planos del cuadrante, estos son: el Plano de Proyección Vertical, el Plano de Proyección Horizontal y el Plano de Proyección Lateral, todo esto para lograr una clara y completa descripción del objeto.

En ambos sistemas se visualiza el objeto dentro de un cubo imaginario, sobre cuyos seis planos o caras, se plasman las correspondientes proyecciones ortogonales del mismo.

**Sistema Europeo**, consiste en ubicar el objeto a proyectar en el primer cuadrante, aquí el objeto se encuentra entre el observador y el plano de proyección. Las proyecciones se hacen en las caras opacas del cubo. Con el observador frente al objeto. Figura 1.9.

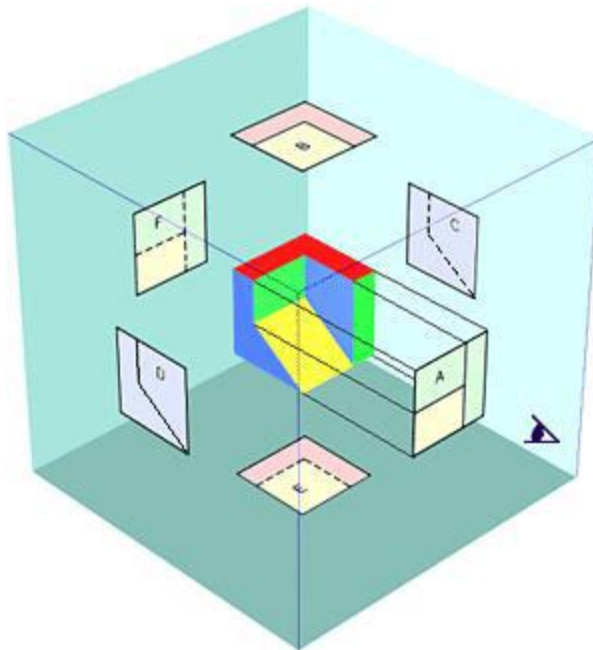


Figura 1.9 Proyecciones en el Sistema Europeo. Solís (2008:24)

En este sistema, las caras del cubo se abaten como se indica en la figura 1.10.

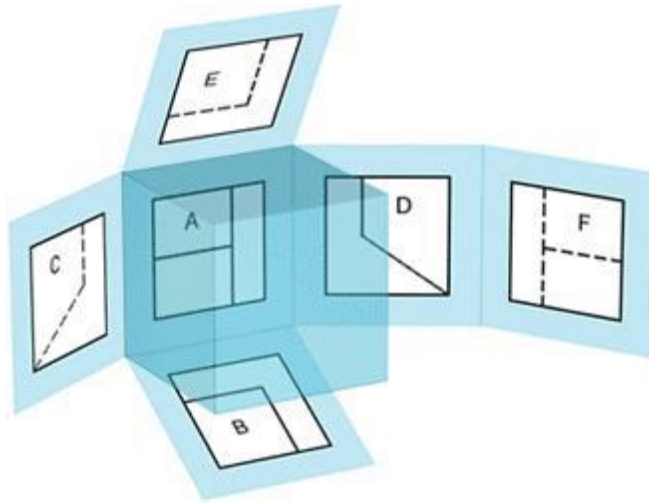


Figura 1.10 Sistema Europeo, los planos se abaten hacia atrás. Solís (2008:25)

Se puede observar que al abatir los planos y hacer el desarrollo del cubo, la montea o geometral se visualiza como aparece en la figura 1.11.

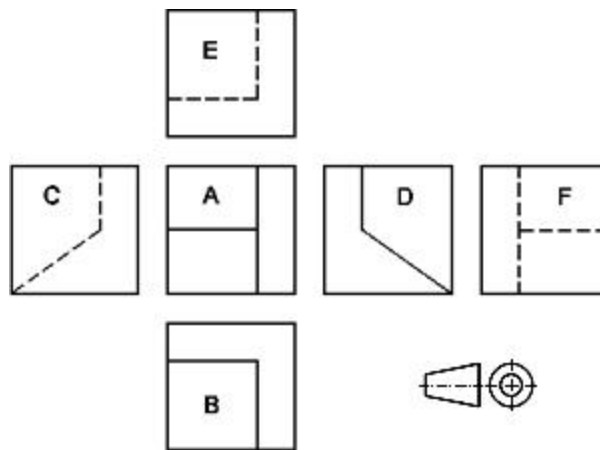


Figura 1.11 Montea en Sistema Europeo. Solís (2008:25)

**Sistema Americano**, consiste en ubicar el objeto a proyectar en el tercer cuadrante, en este sistema es el plano de proyección el que se encuentra entre el observador y el objeto. Las proyecciones se hacen en las caras transparentes del cubo. Figura 1.12

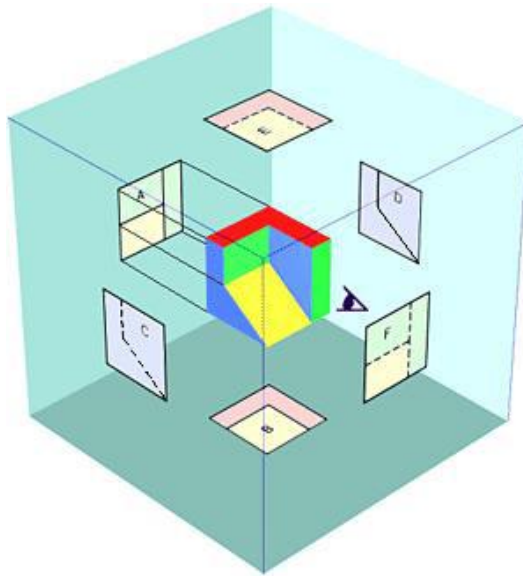


Figura 1.12 Proyecciones en el Sistema Americano. Solís (2008:26)

En este Sistema Americano, las caras del cubo se abaten hacia el frente, como se muestra en la figura 1.13.

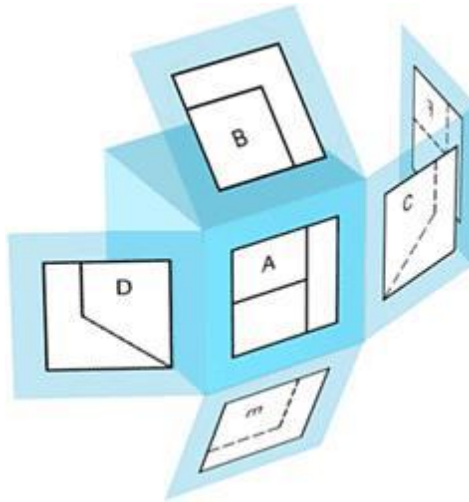


Figura 1.13 Sistema Americano, los planos se abaten hacia adelante. Solís (2008:26)

Al abatir esos planos del cubo, el desarrollo es el siguiente, Figura 1.14:



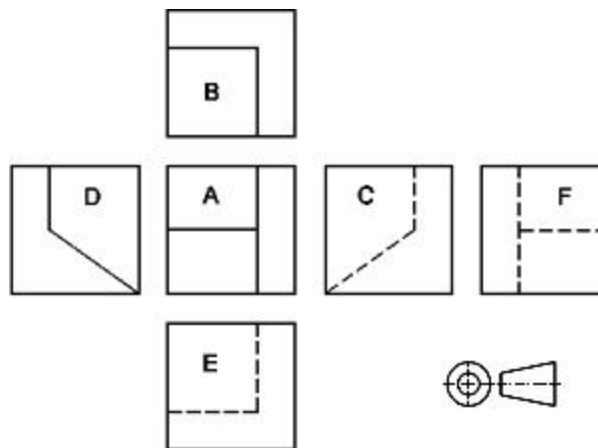


Figura 1.14 Montea en Sistema Americano. Solís (2008:27)

Considero conveniente mencionar en este momento, que por supuesto ambos sistemas Europeo y Americano, son importantes y adecuados para todas las representaciones, pero en el curso de Geometría Descriptiva que yo imparto en la UAM A, utilizo el Sistema Europeo, por lo tanto en lo que a continuación se presenta, solo haré referencia a dicho sistema.

Sin importar el sistema de dibujo utilizado, se denomina Montea o Geometral a la representación gráfica en dos dimensiones que da forma a los planos de proyección del sistema, pero con la diferencia de que en la montea, estos planos aparecen en desplegado (Figuras 1.11 y 1.14). Recordemos que por medio de la geometría descriptiva se logran resolver problemas de los objetos en el espacio, esto se consigue a través del trabajo que se lleva a cabo sobre las proyecciones que aparecen en la montea.

En la figura 1.15 puede apreciarse cómo son abatidos el plano de proyección horizontal hacia abajo y el plano de proyección lateral hacia la derecha, de esta forma aparecen únicamente las vistas o proyecciones del objeto, así se genera la montea o geometral (Figura 1.16). Aún antes de que Monge convirtiera a la Geometría Descriptiva en ciencia, Vitrubio (30 a. C.) ya usaba las proyecciones, nombrándolas con el termino de vistas a las que llamaba “*iconografía*” a la proyección en planta o del plano de

proyección horizontal, “*ortografía*” al alzado o proyección vertical y “*escenografía*” a la representación perspectiva de un objeto tridimensional sobre un plano.

Considero que la ampliación y profundización en el estudio de los sistemas de representación permitirán a los estudiantes alcanzar estructuras mentales relevantes que les permitirán acrecentar sus habilidades intelectuales, como son el manejo de conceptos geométricos que le darán la posibilidad de un mayor grado de percepción y razonamiento espacial.



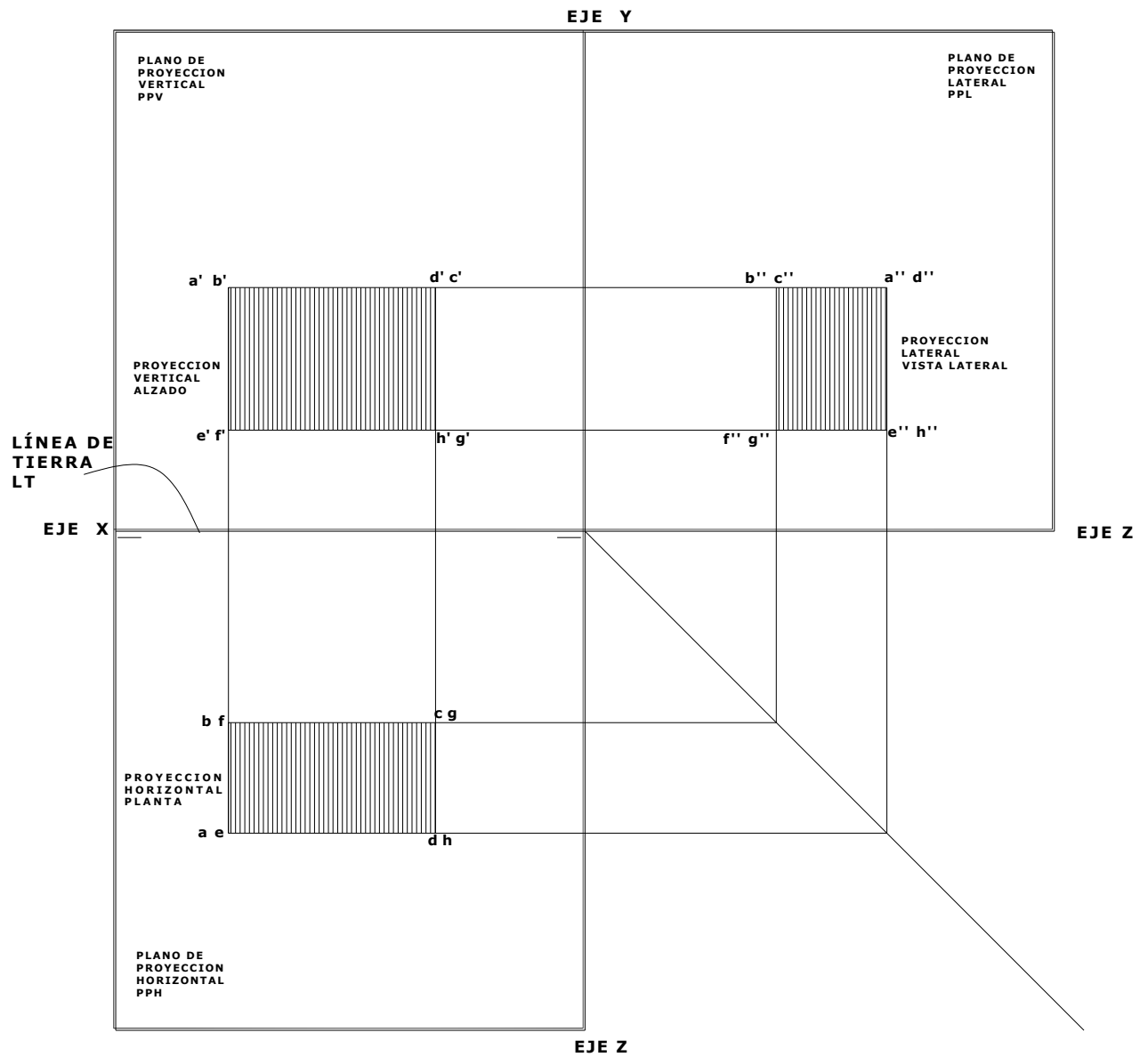


Figura 1.16 Montea. Abatimiento de los planos de proyección.

### 1.1.5 La Geometría Descriptiva hoy

Para lograr que los estudiantes de diseño desarrollen su habilidad espacial, es necesario y conveniente que utilicen a la Geometría Descriptiva como una herramienta eficaz y precisa para la adecuada manipulación y entendimiento del espacio. A su vez, para utilizar a la Geometría Descriptiva es importante que se comprendan y asimilen sus conceptos básicos. La Geometría Descriptiva hoy, aprovecha grandes ventajas que le brindan las Tecnologías de la Información y la Comunicación, ya que es gracias a ellas que los conceptos han cambiado no de fondo, pero sí de forma, dado que la visualización hoy se plantea y se genera de otra manera.

Dentro de esta área del conocimiento se han presentado diversas definiciones propuestas siempre en función de la manera de pensar de cada autor, generalmente afectadas por el contexto histórico y principalmente por la utilidad práctica que cada uno de ellos ha dado a su propia definición.

#### **Análisis de autores y definiciones**

Considero conveniente hacer un análisis práctico de diferentes definiciones, para lograr generar un concepto propio de Geometría Descriptiva, aunque no se dé una definición, recordando que la globalización tanto de la información como de la educación nos obliga a proponer un concepto que refleje la utilidad práctica y cognitiva de la misma.

1. Donato Di Pietro (1960).

*“Enseñar cómo debe confeccionarse la representación plana de un objeto de modo que aparezca o pueda deducirse su forma precisa, así como la distribución y dimensiones de sus elementos constitutivos. Suministra las bases teóricas del dibujo técnico”.*

Para Di Pietro la Geometría Descriptiva es importante ya que en ella tiene su sustento teórico el dibujo técnico, mismo que se hace elemental en la medida en que se desea saber las dimensiones de los objetos.

2. Ranelletti (1963), citado en Álvarez Martínez, Versión digital (2007).

*“Ciencia que estudia los métodos con los cuales se pueden representar sobre un plano las figuras sólidas y las soluciones de los problemas relativos a ellas, con el doble objeto de deducir las propiedades de los sólidos y las relaciones que hay entre sus elementos, o bien de poder, con el auxilio único de la representación plana, construir, ya mentalmente, ya materialmente en el espacio, la figura sólida”.*

Ranelletti da importancia a la construcción mental o material por lo que se torna imprescindible dar la información necesaria para la construcción del objeto (en ese momento solo se habla de mental o materialmente, hoy podemos gracias a las Tecnologías de la Información y la Comunicación, agregar virtualmente).

3. Wolfgang Haack (1962) citado en Álvarez Martínez, Versión digital (2007).

*“La descriptiva de los diversos métodos que permiten la reproducción en un plano de **los objetos tridimensionales. Esa ciencia desarrolla métodos de proyección** que sirviendo de fundamento al dibujo técnico permiten deducir sin trabajo las dimensiones del objeto representado, así como otros que proporcionan directamente una imagen intuitiva del objeto”.*

A diferencia de Di Pietro, este autor no considera que la Geometría Descriptiva suministre las bases teóricas al dibujo técnico, él considera que es la Geometría Descriptiva la que proporciona las bases geométricas, dado que por medio de esta geometría es cómo se logran resolver problemas geométricos tridimensionales sobre superficies bidimensionales.

4. De la Torre (1965:17).

*“Es la parte de las matemáticas que tiene por objeto representar en proyecciones planas las figuras del espacio, a manera de poder*

*resolver con ayuda de la geometría plana, los problemas en que intervienen tres dimensiones”.*

Para De la Torre, es importante en esta disciplina sus dos grandes aspectos que son el especulativo que permite que *“mentalidades superiores la eleven a las altas esferas de la geometría moderna”* y por otra, que se extienda y se difunda *en un sentido de aplicación múltiple con utilidad indiscutible en todo género de actividades constructivas, no solo de carácter profesional, sino elementales en los centros de trabajo industrial y obrero”* (De la Torre 1965:14)

5. Rowe, Charles. McFarland, James, (1976), citado en Álvarez Martínez, Versión digital (2007).

*“Es la ciencia del dibujo que trata de la representación exacta de objetos compuestos de formas geométricas y de la solución gráfica de problemas que implican las relaciones de esas formas en el espacio”*

Según cita Álvarez (2007), Rowe y Mcfarland retoman un planteamiento originalmente propuesto por Millar Adam en 1908,

*“. . .el cual propone que la técnica de expresión de las relaciones espaciales, es llamada método directo y considera los problemas como relaciones espaciales tridimensionales que se resuelven directamente a partir de los datos. El método directo difiere del método original de Monge en que este no hace uso de conceptos clásicos como línea de tierra o suelo, líneas de plegamiento, trazas de plano, etc., de esta manera el estudiante emplea todo su tiempo e intelecto en aprender a pensar espacialmente”.*

Considero que como manifiestan Rowe y Mcfarland el beneficio de estudiar, entender y aplicar la Geometría Descriptiva es justa y primordialmente que el estudiante aprenda a pensar en tres dimensiones. Al respecto mencionan Rowe y Mcfarland (1976:13) citado en Álvarez (2007):

*El principal objetivo de la geometría descriptiva es potenciar el desarrollo de la habilidad para pensar espacialmente, basada en un método sistemático y un procedimiento organizado y riguroso que se apoya en los siguientes factores etapas:*

- Empleo y aplicación del método directo, para pensar espacialmente y contar con una herramienta fundamentalmente practica.*
- Aprendizaje de los principios fundamentales, como base para el tratamiento de los temas sobre relaciones espaciales simples.*
- Análisis de los problemas a resolver.*
- La determinación de la visibilidad, en cualquier vista de las aristas y líneas que representan un objeto tridimensional.*
- El aprendizaje en la orientación, proceso mental mediante el cual el observador se relaciona asimismo con las vistas.*
- La práctica en la visualización, por medio de métodos que permiten que las vistas de un objeto realmente parezcan el objeto real, partir de que la vista este orientada en relación al observador, y de esta manera evitar que sean visualizadas como simples dibujos planos compuestos de líneas.*

6. Schmidt (1993), citado en Álvarez Martínez, Versión digital (2007).

*“Al contemplar el mundo que nos rodea con la intuición del espacio que nos es propia, podemos deducir los conceptos geométricos elementales”.*

Este autor no sustenta una definición propia, pero su aportación es importante ya que plantea conceptos que ayudan a visualizar los objetivos, finalidades y ventajas de la Geometría Descriptiva y su adecuada utilización como herramienta para manejar, entender y visualizar el espacio:

*“Nuestro mundo es tridimensional, pero se proyecta superficialmente sobre el fondo del ojo. La conjunción funcional de ambos ojos es lo que comunica al cerebro una imagen que éste desarrolla para dar la impresión unificada tridimensional del objeto visto. Esta percepción*



*directa del espacio es innata. En cambio, la capacidad de apreciar la tridimensionalidad de los objetos representados en imágenes bidimensionales requiere una elaboración mental. Hay que aprenderla, y cada persona tiene diferentes aptitudes a este respecto". Schmidt (1993).*

7. De la Torre Carbó (1982:15).

*"La vista humana percibe los objetos del espacio en su aspecto de volumen, es decir, proporciona al observador la sensación de su forma en tres dimensiones, distingue las profundidades a que se encuentran los diversos elementos, compara y estima las distancias entre ellos y la relación de medida que guardan; todo ello de manera espontánea y a tal extremo precisa, que las personas habituadas a esta observación: arquitectos, agrimensores, o paisajistas, pueden "a vista", determinar magnitudes con una aproximación verdaderamente asombrosa . . la dificultad radica en la diferencia insalvable que existe entre lo que la vista viva percibe con sus múltiples facultades y lo que resulta posible representar estáticamente en un lienzo limitado"*

8. Chiñas De La Torre (1971), dice:

*"Es aquella disciplina que se ocupa de la representación gráfica, en un solo plano, de los cuerpos u objetos que se manifiestan referidos a las tres dimensiones comúnmente conocidas, ya sea mediante el empleo de la Doble Proyección Ortogonal, que utiliza generalmente dos planos convencionales superpuestos de referencia, o desarrollando la Teoría de los Planos Acotado, con un solo plano de proyección y donde se hacen intervenir operaciones adicionales".*

9. Lezama, Jaime, CYAD, UAM-A, (1974:4).

*"Como parte de las matemáticas permite la representación exacta de líneas, volúmenes y figuras, tanto en su formación, como en*

*proyecciones planas que contribuyen a la expresión gráfica en la comunicación de ideas”.*

10. Rosas Marín (2006:21).

*“Geometría cuyo objeto es estudiar y reconstruir las figuras del espacio a partir de sus proyecciones ortogonales sobre dos o más planos también ortogonales o perpendiculares entre sí. Se encarga del estudio de las propiedades geométricas y de la relación espacial de las figuras partiendo de sus proyecciones perpendiculares a una superficie plana”.*

11. Solís (2008:19).

*La geometría descriptiva es la ciencia que nos permite representar sobre una superficie bidimensional, las superficies tridimensionales de los objetos”.*

12. [http://es.wikipedia.org/wiki/Geometría\\_descriptiva](http://es.wikipedia.org/wiki/Geometría_descriptiva) (Feb. 20, 2009).

*“Conjunto de técnicas de carácter geométrico que permite representar el espacio tridimensional sobre una superficie bidimensional y, por tanto, resolver en dos dimensiones los problemas espaciales garantizando la reversibilidad del proceso a través de la adecuada lectura”.*

Las anteriores definiciones y su análisis, me llevan a reflexionar sobre el concepto no definición, que yo propongo manejar al respecto de la Geometría Descriptiva: Es la ciencia que me da los fundamentos para pensar en forma espacial.

En el apartado siguiente se hará referencia al apoyo que las TIC dan al proceso de enseñanza aprendizaje en cuanto a la visualización y comprensión de los temas de Geometría Descriptiva, así como también en el capítulo 3 Propuesta de diseño se retomará de qué forma las TIC son el sustento y soporte tecnológico para el desarrollo de la propuesta.

## 1.2 EL IMPACTO DE LAS TIC EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

### 1.2.1 Definición y antecedentes de las TIC.

Son las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), las que servirán de plataforma tecnológica para desarrollar la propuesta de diseño, por lo tanto se iniciará este apartado definiendo que son las TIC.

Según Marqués (2004), *“son el conjunto de todos los medios de comunicación incluidos los medios masivos o de comunicación social y los medios de comunicación interpersonal”*.

Para Ramírez (2006:26), *“son tecnologías que transmiten información en todos los ámbitos posibles, la mayoría de ellas soportadas por algún recurso electrónico”*.

[http://es.wikipedia.org/wiki/Tecnologías\\_de\\_la\\_información\\_y\\_la\\_comunicación](http://es.wikipedia.org/wiki/Tecnologías_de_la_información_y_la_comunicación) (Mayo13, 2010) *“Las tecnologías de la información y la comunicación (TIC o NTIC para Nuevas Tecnologías de la Información y de la Comunicación o IT para «Information Technology») agrupan los elementos y las técnicas utilizadas en el tratamiento y la transmisión de las informaciones, principalmente de informática, internet y telecomunicaciones”*.

<http://www.monografias.com/trabajos37/tecnologias-comunicacion/tecnologias-comunicacion.shtml> (Mayo13, 2010) *“son aquellas herramientas computacionales e informáticas que procesan, almacenan, sintetizan, recuperan y presentan información representada de la más variada forma. Es un conjunto de herramientas, soportes y canales para el tratamiento y acceso a la información. Constituyen nuevos soportes y canales para dar forma, registrar, almacenar y difundir contenidos informacionales. Algunos*

*ejemplos de estas tecnologías son la pizarra digital (ordenador personal + proyector multimedia), los blogs, el podcast y, por supuesto, la web.*

Las tecnologías son los medios por los que el ser humano controla o modifica su ambiente natural, esto con el objetivo de facilitar algunos aspectos de su vida. Comunicar, según la Real Academia Española ([www.rae.es](http://www.rae.es), enero 25, 2009) del latín *communicare*, es *hacer a otro partícipe de lo que uno tiene o sabe*.

Para McLuhan ([http://es.wikipedia.org/wiki/Marshall\\_McLuhan](http://es.wikipedia.org/wiki/Marshall_McLuhan), abril 30, 2010) su idea respecto a los medios de comunicación se inicia a partir de las siguientes ideas:

1. Somos lo que vemos.
2. Formamos nuestras herramientas y luego éstas nos forman.

Este autor comparaba a los medios de comunicación con caminos y canales y define a los medios tecnológicos como aquellas herramientas que extienden las habilidades humanas, también menciona que así como el medio es entendido como una extensión del cuerpo humano, el mensaje no podría limitarse a contenido o información.

Así, al enunciar “Tecnologías de la Información y la Comunicación” me refiero a los medios que el ser humano crea con el fin de hacer más fácil el intercambio de información con otros seres humanos. Considerando que el medio y el mensaje funcionan en pareja. De tal forma, lo que hoy en día llamamos TIC, se refiere al conjunto de técnicas y ciencias aplicadas que tienen la facultad de diseñar, desarrollar, organizar, administrar, procesar y almacenar información, la cual finalmente por medio de las mismas TIC puede presentarse en forma muy variada, de acuerdo a necesidades específicas y al medio elegido.

Es a partir de la segunda mitad del siglo XX cuando los medios masivos de comunicación (MMC) se desarrollan notablemente, tanto así que el uso y manejo de las TIC han logrado un considerable cambio y desarrollo en distintos ámbitos de nuestra vida. La instrumentación tecnológica es una verdadera prioridad en la comunicación de hoy en día, ya que el uso y manejo de las tecnologías de la comunicación hacen una

substantial y trascendente diferencia entre una sociedad desarrollada y otra en vías de desarrollo. Una de las mayores características de las TIC es que logran captar y transmitir información, sin importar el tiempo y la distancia geográfica. Cabe mencionar que el desarrollo de las TIC se ha dado gracias al avance y progreso de las computadoras y programas que permiten crear, modificar, almacenar, proteger y recuperar toda la información.

Dentro del ámbito educativo, las TIC son una herramienta invaluable; actualmente con el uso de estas tecnologías se logra un gran cambio en la forma de difundir y de generar el conocimiento. De ahí que hoy en día se hable de una sociedad de la información o del conocimiento, noción que fue utilizada por vez primera en 1969 por Drucker (1994) en su libro *La sociedad post-capitalista*, en el que acentúa la necesidad de concebir una teoría económica que situara al conocimiento en el centro de la producción de riqueza.

### **1.2.2 Impacto de las TIC en el ámbito educativo**

Investigadores como Duart y Sangrá (2000), Bates (2000), Majó y Marqués (2002), Epper y Bates (2004) y Sangrá y González (2004), han considerado el uso de las TIC en la educación superior como medio para mejorar la calidad educativa y el enriquecimiento de sus programas; sin embargo considero que aún se hallan resistencias como la deficiente preparación del docente para integrarlas a la práctica universitaria, esto se refleja al existir contrastes incluso dentro de una misma institución educativa.

*“El único hombre que está educado es aquel que ha aprendido cómo aprender; el hombre que ha aprendido cómo adaptarse al cambio; el hombre que ha aprendido que ningún conocimiento es seguro, que solamente el proceso de buscar conocimiento proporciona bases para la seguridad”* Read, D. y Simon, S., (1975).

Ramírez (2006:6) menciona, *“hoy en día se vive una era de gran desarrollo tecnológico que ha influenciado todos los órdenes de nuestra vida”*.

Resulta difícil pensar en determinada actividad que no se haya visto influenciada por la tecnología, ya que los cambios generados alcanzan todos los ámbitos de la actividad humana. Así, estos efectos se manifiestan de manera muy especial en los espacios educativos, puesto que el uso de las TIC dentro de las universidades ha sido uno de los principales factores de inducción al cambio y adaptación a las nuevas formas de hacer y de pensar iniciadas a partir de los ochenta en los distintos sectores de la sociedad. Dentro del ámbito académico, estas herramientas han facilitado a un gran número de estudiantes el acceso a la información, y están modificando significativamente los procesos de enseñanza aprendizaje.

Es por esto que dentro de las instituciones educativas, se ha dado una habilitación tecnológica de manera continua con la clara intención de elevar el nivel educativo, es así como se ha fomentado el uso de las TIC, tanto en estudiantes como en docentes.

El impacto recibido reside en ¿Cómo se aprende? y ¿Cómo se enseña? El aprendizaje se facilita mediante el uso de las TIC; cabe mencionar que los estudiantes de Geometría Descriptiva en ambientes tradicionales, reciben la información de manera analógica, esto significa que pueden ver y tocar los esquemas y dibujos en sus dos dimensiones (sobre el pizarrón), aún cuando se hable de temas en tres dimensiones. Así, el resultado obtenido no siempre es satisfactorio, de ahí la necesidad de ver el impacto de la enseñanza aprendizaje de la Geometría Descriptiva. Por un lado los estudiantes en la actualidad viven inmersos en un mundo con tecnología, con medios digitales en donde las representaciones en 3D se dan casi de manera inmediata dentro sistemas digitales, llegando a que el estudiante no tenga la necesidad de hacer reflexión alguna sobre cómo se generaron esos ambientes digitales. Por otro lado los profesores no están del todo inmersos en el manejo de la tecnología en 3D, ni en la utilización y desarrollo de estas nuevas herramientas digitales que facilitan y favorecen el aprendizaje significativo de la Geometría Descriptiva.

Marqués (2000) menciona que existe *“Necesidad de una formación didáctico-tecnológica del profesorado. Sea cual sea el nivel de integración de las TIC en los centros educativos, el profesorado necesita también una “alfabetización digital” y una actualización didáctica que le ayude a conocer, dominar e integrar los instrumentos tecnológicos y los nuevos elementos culturales en general en su práctica docente”*.

Al respecto y a manera de una más de las aportaciones de esta investigación se propone la planeación de un perfil idóneo del docente de Geometría Descriptiva, el cual deberá cumplir ciertos parámetros planteados y fundamentados en *“las políticas Operativas de Docencia de la Unidad Azcapotzalco que señalan al estudiante como el centro del proceso de enseñanza aprendizaje, y le confieren la responsabilidad de construir progresivamente sus propios conocimientos y aprendizajes significativos”*.

#### **1.2.2.1 Perfil del docente de Geometría Descriptiva**

El perfil docente de la UAM Azcapotzalco, publicado en julio de 2009, en el rubro II. Características del perfil deseable del docente, en el apartado Empleo de herramientas tecnológicas y materiales, dice:

- *Emplea en el desarrollo de la UEA materiales de estudio adecuados, útiles y accesibles para los alumnos.*
- *Emplea material didáctico complementario y herramientas tecnológicas que faciliten la comprensión de la UEA y la comunicación con sus alumnos.*
- *Participa en la elaboración de material didáctico para la UEA que imparte, de manera individual o en colaboración con los colectivos de docencia.*

Además de lo anterior y por tratarse del docente de Geometría Descriptiva es conveniente agregar que también deberá cubrir ciertos indicadores que a continuación se mencionan:

1. Manejar los conceptos básicos y generales de la Geometría Descriptiva.
2. Tener un razonamiento espacial que le permita manipular el espacio y su conceptualización.

3. Manejar medios digitales para uso y provecho del proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría Descriptiva.

### **1.2.3 Funciones de las TIC en educación**

La sociedad de la información y la comunicación, inciden de manera significativa en todos los niveles del contexto educativo. Las nuevas generaciones asimilan de manera natural esta nueva cultura que se va conformando y que para algunos de nosotros conlleva muchas veces importantes esfuerzos de formación, adaptación y de desaprender muchas cosas que ahora se hacen de otra forma, o que simplemente han quedado obsoletas. Los jóvenes estudiantes no tienen la experiencia de haber vivido en una sociedad estacionada como en el contexto en el que muchos de nosotros nos hemos desarrollado en décadas anteriores; de manera que para ellos el cambio y el aprendizaje continuo para conocer las novedades que surgen día a día es el común de lo que viven hoy.

En los entornos educativos informales como son el hogar y los ambientes de recreación, se empieza a favorecer el desarrollo de un proceso integrador de la nueva cultura digital; esto obliga a que en el medio de educación formal específicamente en las universidades, el proceso integrador de la nueva cultura digital sea aún más importante, dado que es precisamente la escuela la que debe integrar la nueva cultura de alfabetización digital, fuente de información e instrumento de productividad para realizar trabajos, material didáctico, instrumentos cognitivos, y todo aquello relacionado con el quehacer universitario. Indiscutiblemente la universidad debe acercar a los estudiantes a la cultura actual, por lo que se hace imprescindible en las aulas la presencia de instrumentos, materiales y herramientas digitales que logren que el proceso de enseñanza aprendizaje sea más ágil y adecuado a los estudiantes de hoy.

Las funciones educativas de las TIC son verdaderamente amplias, entre otras, pueden ser:

- Medios de expresión y creación multimedia.



- Canal de comunicación.
- Instrumento de productividad para el proceso de la información.
- Fuente abierta de información y recursos.
- Instrumento cognitivo que apoya procesos mentales.

Hablando específicamente del producto de diseño sustentado en esta investigación, las funciones educativas se centran en:

- Ser soporte de información y conocimientos dentro del aula de clase.
- Ser soporte de información y conocimientos fuera del aula de clase como material de consulta.
- Dar claridad y promover la asimilación de conceptos básicos de la Geometría Descriptiva.
- Permitir el razonamiento espacial y entendimiento de conceptos básicos de la Geometría Descriptiva.
- Coadyuvar para que el estudiante logre representar en una superficie bidimensional, la monte de una forma geométrica espacial.

Con lo anteriormente señalado discurro que hoy en día los docentes tenemos la imperiosa necesidad de habituarnos e integrarnos al uso y manejo de las TIC para propiciar en los estudiantes un aprendizaje significativo.

#### **1.2.4 Integración de las TIC en educación**

¿Por qué es importante que las TIC se integren en la educación?. . . Todo lo mencionado en apartados anteriores, me lleva a la reflexión de que la era digital exige cambios de manera irreversible en el contexto educativo. Los profesionales de la educación inmersos en el quehacer educativo tenemos múltiples razones para aprovechar las nuevas posibilidades que proporcionan las TIC para impulsar estos cambios hacia nuevos paradigmas educativos más personalizados y centrados en la actividad del estudiante.

Como menciona (Marqués, 2000), existen tres grandes razones para integrar las TIC en la educación, estas son:

*1ª. Alfabetización digital de los alumnos.* La gran mayoría de los estudiantes llega al nivel universitario con habilidades en el uso y manejo de las TIC, sin embargo existen algunos para los que es importante integrarlos al grupo mayoritario de los que ya saben, dada la importancia que todos deben contar con las competencias básicas en el uso de las TIC.

*2ª. Productividad.* Aprovechar las ventajas que ofrece el uso de un material didáctico con base en las TIC, dado que un producto realizado bajo el cobijo de las TIC, permitirá que los estudiantes inviertan un menor tiempo en asimilar conceptos de visualización, esto se reflejará en que a mayor visualización y entendimiento del espacio, mayor será la generación de ideas para el desarrollo de sus proyectos.

*3ª. Innovar en las prácticas docentes.* Involucrar y comprometer más a los docentes para conseguir un mejor aprovechamiento de las nuevas posibilidades didácticas que ofrecen las TIC para lograr que los estudiantes consigan mejores niveles de aprendizaje.

Para el adecuado manejo de las TIC, considero que lo primero es aprender sobre ellas y posteriormente de manera progresiva utilizarlas como fuente de información y proveedor de materiales didácticos, esto es aprender **de** las TIC. Finalmente como mencionan Patiño, Beltrán y Pérez (2003), es relevante introducir en las prácticas docentes nuevos métodos de enseñanza aprendizaje a partir de las teorías constructivistas que consideran el uso de las TIC como instrumento cognitivo para la realización de actividades interdisciplinarias y colaborativas. Esto se traduce en como aprender **con** las TIC. *“Para que las TIC desarrollen todo su potencial de transformación (...) deben integrarse en el aula y convertirse en un instrumento cognitivo capaz de mejorar la inteligencia y potenciar la aventura de aprender”* Patiño, Beltrán y Pérez (2003).

Majó (2003) en una conferencia celebrada durante la presentación del 1er informe de las TIC en los centros de enseñanza no universitaria, plantea una reflexión que inicia a partir de los siguientes cuestionamientos:

1. *¿Cómo enseña la escuela las nuevas tecnologías?*
2. *¿Cómo enseña la escuela a utilizar las nuevas tecnologías ya que los contenidos son los de siempre, pero utilizando como método las tecnologías de la información y la comunicación?*

Es importante lograr en los estudiantes de diseño de la UAM A, una adecuada asimilación de los conceptos básicos de Geometría Descriptiva, hoy en día esta tarea se facilita gracias a los recursos de representación ofrecidos por las TIC. Considero que el punto de coincidencia entre las Tecnologías de la Información y la Comunicación y la Geometría Descriptiva, es la aportación que la tecnología ha hecho con los programas de CAD, el cual es todo sistema informático destinado a asistir al diseñador en sus tareas específicas, estos hacen referencia al uso de un amplio rango de herramientas computacionales que asisten a todo aquel que esté involucrado con el Diseño. Estas herramientas se dividen básicamente en programas de dibujo en dos dimensiones (2D) basadas en entidades geométricas vectoriales como puntos, líneas, arcos y polígonos y, modeladores en tres dimensiones (3D) que además añaden superficies y sólidos.

El CAD maneja espacios tridimensionales virtuales, esto significa que cada objeto o elemento posee una ubicación establecida dentro de un espacio imaginario determinado por un sistema coordenado cartesiano. De esta forma, toda la información puede ser relacionada con la demás de acuerdo al lugar geométrico que cada una ocupa. Asimismo, el ambiente virtual que genera y en el que se pueden ubicar los elementos básicos de la Geometría Descriptiva como son el punto en el espacio, la recta en el espacio, entre otros, se visualizarán de una forma más clara y sencilla para que el estudiante aún cuando no ha logrado desarrollar por completo su habilidad espacial, logre ubicar en el espacio cada uno de los conceptos antes mencionados.

Es importante señalar que se llega a una situación recíproca, dado que en la medida en que los estudiantes logran mejorar su percepción espacial con el producto de diseño multimedia generado a través de las TIC, tendrán posteriormente la capacidad para crear ambientes virtuales apoyados en las mismas TIC para de esta manera generar más y mejores conocimientos.

Si bien es cierto que el producto de diseño multimedia se apoya tecnológicamente en las TIC, también tiene un sustento fundamental en la pedagogía cognitiva constructivista, pues a pesar de la tecnología, si no se hace un buen planteamiento cognitivo su valor será precario. En el siguiente apartado abordaré la cuestión de la pedagogía cognitiva constructivista.

### **1.3 PEDAGOGÍA COGNITIVA CONSTRUCTIVISTA EN LA GEOMETRÍA DESCRIPTIVA**

#### **1.3.1 La importancia de enseñar Geometría**

Dentro del ámbito del diseño, la Geometría es una herramienta necesaria para describir, comprender e interactuar con el espacio circundante, pienso que además es una disciplina científica que se basa en importantes procesos de formalización que dan pie a patrones de rigor, abstracción y generalización. En general, tiene una larga historia continuamente ligada a las actividades humanas sociales, culturales, científicas y tecnológicas.

Alsina (2008) afirma que “Educar geométricamente es un objetivo docente clave, cuya finalidad debe ser facilitar el conocimiento del espacio tridimensional, desarrollando con ello la creatividad y los procesos de matematización”. Asevera que es de suma importancia prestar especial atención al desarrollo de competencias y habilidades como son el pensar matemáticamente, saber argumentar, saber representar y comunicar, saber resolver, saber usar técnicas matemáticas e instrumentos y saber modelizar; y también afirma que, aprender a modelizar es saber estructurar el contexto, matematizar y reinterpretar los resultados de esta matematización, revisar el modelo y modificarlo.

Con base en mi experiencia como docente, considero que el conocimiento geométrico es un componente matemático que debe tener un lugar privilegiado en la curricula dentro de las licenciaturas de diseño, ya que con este conocimiento se logra un aporte importante en la formación y crecimiento de individuos inmersos en el diseño. El

conocimiento geométrico no debe reducirse a enunciados abstractos, ni debe considerarse como algo absoluto e impersonal, por el contrario, es conveniente que se vea como algo relativo a experiencias personales, que mediadas por diversas herramientas materiales y simbólicas producen diversos niveles de conocimiento útiles para interpretar y resolver problemas, así como para la adecuada toma de decisiones en diferentes ámbitos. Mammana y Villani (1998), sugieren diferentes perspectivas para ver a la Geometría como:

- *Ciencia del espacio y la forma, utilizada como una herramienta no solo para describir y medir figuras, sino para entender y manipular el espacio.*
- *Punto de encuentro entre la matemática vista como una teoría abstracta y la matemática vista como un recurso de modelación tridimensional.*
- *Medio para desarrollar pensamiento y comprensión, llegando a un razonamiento deductivo.*
- *Herramienta que mejora el uso y entendimiento de recursos computacionales.*

El conocimiento geométrico tiene una estrecha relación con la cultura, la historia, el arte, la filosofía y en general con la ciencia, razón por la cual ofrece amplias oportunidades al usar modelos matemáticos para comprender en forma general toda la actividad humana. La geometría desde tiempos inmemorables ha estado ligada a la humanidad, pues no sólo es la ciencia del espacio y la forma, sino que también es la ciencia que abarca todas las dimensiones del hombre, en los diferentes ámbitos de su vida social y cultural. Según Mammana y Villani (1998), esta relación ha permitido ir desarrollando la geometría tanto en sus aspectos puramente visuales, como en los conceptuales y abstractos.

Las diversas formas y conceptos dentro de la Geometría se apoyan en los procesos cognitivos de visualización, asociados al pensamiento espacial y en procesos de razonamiento discursivo en el lenguaje natural tipo verbal que Mamman y Villani asocian al pensamiento deductivo. Sobre los procesos de visualización y de razonamiento discursivo se apoyan otros procesos presentes en toda actividad

matemática, como la resolución de problemas, el razonamiento, la comunicación, la modelación y la elaboración y ejercitación de procedimientos.

### **1.3.2 Algunas reflexiones sobre geometría y educación**

El sentido que Monge dio a la expresión “Geometría Descriptiva”, es sin duda más extenso que el que actualmente se le concede, ya que para él no solo era la técnica gráfica que utiliza dos proyecciones ortogonales de un mismo objeto, sino también la descripción y el estudio de los diversos problemas y las diversas técnicas en las cuales interviene con gran provecho esta ciencia.

Considero que en la actualidad esta disciplina no goza de total aceptación, ya que tiene una imagen bastante heterogénea dentro de la sociedad; mientras algunas personas no involucradas en su estudio o enseñanza, con frecuencia se conforman con tener una idea muy general sobre ella, otros en cambio debido a su profesión o a su trabajo, tienen la necesidad de utilizarla, razón por la cual se ven obligados a buscar mayor información sobre ella. No puedo dejar de mencionar a aquellas personas que la utilizan pero consideran que solo lograrán obtener de ella ciertas habilidades y destrezas psicomotoras, que se consiguen al hacer con regularidad los trazos geométricos. También hay quienes aún sin tener plena conciencia de ello, diariamente manejan conceptos de geometría al establecer relaciones y/o líneas entre un punto y otro, asociar distancias y direcciones a los objetos que los rodean, imaginar y hasta intuir tamaños y formas.

Hoy en día la Geometría Descriptiva tiene una gran variedad de aplicaciones, esto se debe a que está muy ligada al avance científico y tecnológico. A continuación aparece un listado de diferentes apartados que hoy pueden considerarse ligados a la geometría, (Alsina, 2008:12):

- |                             |                                  |
|-----------------------------|----------------------------------|
| 1. Geometría euclídea.      | 5. Geometría analítica.          |
| 2. Geometrías no-euclídeas. | 6. Geometría integral.           |
| 3. Geometría proyectiva.    | 7. Transformaciones geométricas. |
| 4. Geometría descriptiva.   | 8. Teoría de la simetría.        |

- |                                       |                                   |
|---------------------------------------|-----------------------------------|
| 9. Teoría de mosaicos.                | 30. Cartografía.                  |
| 10. Problemas en retículos.           | 31. Robótica.                     |
| 11. Teoría de grafos.                 | 32. Cristalografía.               |
| 12. Convexidad.                       | 33. Sistemas dinámicos.           |
| 13. Geometría discreta.               | 34. Geometría algebraica.         |
| 14. Geometría de superficies.         | 35. Programación lineal.          |
| 15. Poliedros.                        | 36. Cónicas y cuádricas.          |
| 16. Teoría de la disección.           | 37. Geometría n-dimensional.      |
| 17. Geometría diferencial.            | 38. Geometría del espacio-tiempo. |
| 18. Geometría computacional.          | 39. Visión computacional.         |
| 19. Teoría de empaquetamientos.       | 40. Teorías de redes neuronales.  |
| 20. Teoría de la rigidez estructural. | 41. Geometría fractal.            |
| 21. Geometría digital.                | 42. Desigualdades geométricas.    |
| 22. Teoría de nudos.                  | 43. Geometría de inversión.       |
| 23. Problemas isoperimétricos.        | 44. Geometría de complejos.       |
| 24. Juegos geométricos.               | 45. Visualización de datos.       |
| 25. Curvas planas.                    | 46. Construcciones geométricas.   |
| 26. Geometría métrica.                | 47. Modelización de sólidos.      |
| 27. Diseño VLSI.                      | 48. Origami.                      |
| 28. Teoría de códigos.                | 49. Teoría de catástrofes.        |
| 29. Autómatas celulares.              | 50. Historia de la Geometría.     |

En cuanto a aplicaciones geométricas actuales, se pueden mencionar las siguientes, sugeridas por Alsina (2008:13):

- Aplicaciones a la modelización matemática del mundo físico.
- Geodesia y triangulación.
- Aplicaciones en astronomía y mecánica celeste.
- Cartografía (aérea, satélite, temática,...).
- Cálculos de medidas (áreas, superficies, volúmenes).
- Problemas comerciales (envasado, empaquetado, tallas, patrones,...).
- Estructuras en ingeniería y arquitectura.
- Clasificación de nudos.
- Digitalización y manipulación de imágenes.
- Grafos e investigación operativa.
- Formas y transformaciones al servicio de la creación artística.
- Aplicaciones a la computación y gráficos por ordenador.
- Visualización de datos estadísticos.
- Procesamiento de imágenes, compresión y registro.
- Teoría de barras y engranajes.
- Aplicaciones en óptica, fotografía y cine.
- Elementos multimedia inter-activos.
- Codificación, descodificación y criptografía.

- Robótica: movimientos, visión, tareas automáticas.
- Descripciones cristalográficas estáticas y de conocimiento.
- Modelización de procesos dinámicos y caóticos.
- Doblado de papel, origami y empaquetado.

Dentro del diseño, es de fundamental importancia el estudio y aplicación de la Geometría, dado que “*el entorno construido es de la competencia de los diseñadores, proyectistas, ingenieros y arquitectos*” (Blackwell, 2006), además que cobra importancia para lograr desarrollar ciertas habilidades sobre el manejo y organización del espacio, así como conseguir un adecuado proceso en cuanto al desarrollo del pensamiento geométrico que se reflejará en los procesos de razonamiento y en una adecuada cultura espacial, que como mencionó Alsina (2008), es el objetivo docente último de la geometría. Para lograr lo que él llama “*cultura espacial*”, proporciona algunos consejos que considero adecuados para lograr un conveniente binomio entre geometría y diseño.

1. El pensamiento visual en tres dimensiones, clave en la cultura espacial, debe ser estimulado en todos los niveles.
2. El sentido común espacial debe ser cultivado pues no es, necesariamente, una capacidad innata.
3. La cultura espacial requiere romper la cadena 1D – 2D – 3D y superar dificultades técnicas para poder conocer el espacio de forma adecuada en cada nivel.
4. La cultura espacial debe basarse en la realidad, explorando sus posibilidades y resolviendo problemas reales.
5. La cultura espacial se enriquece con el uso de diversos lenguajes, tecnologías y modelos.
6. La cultura espacial debe favorecer conexiones entre aspectos ambientales, históricos, artísticos, etc. fomentando la interdisciplinariedad.
7. La cultura espacial permite promover el espíritu de la investigación en el área de matemáticas.
8. La cultura espacial debe proveer a los futuros ciudadanos instrumentos para desarrollar las habilidades espaciales y la creatividad.



Al reflexionar sobre educación, partiré de la raíz proveniente del latín, “*educere*” que significa guiar, conducir, formar o instruir. Hoy en día la educación es un problema de ámbito mundial que se enfrenta a numerosos y grandes desafíos del porvenir.

Un objetivo primordial de la educación es incentivar el proceso de estructuración del pensamiento, de la imaginación creadora, de las formas de expresión personal tanto de comunicación verbal y gráfica, así como la toma consciente de decisiones permite analizar y optimizar los propios procesos de aprendizaje y pensamiento y en consecuencia mejora el aprendizaje y los resultados que de él se deriven.

*“La educación constituye un instrumento indispensable para que la humanidad pueda progresar hacia los ideales de paz, libertad y justicia social” (UNESCO 1999).*

*“Eso que proponemos supone trascender la visión puramente instrumental de la educación considerada como la vía necesaria para obtener resultados (dinero, carreras, etc.) y supone cambiar para considerar la función que tiene en su globalidad la educación. La realización de la persona, que toda entera debe aprender a ser” (Delors J., 1998).*

*“Se considera que mientras mayor formación tiene un individuo está mejor educado y tiene por lo tanto, mayor oportunidad de realizarse y de vivir con plenitud. Se atribuye a que son los conocimientos que recibió, que le fueron inducidos y que asimiló, los que le permiten alcanzar ese nivel” (Bustos, 2007).*

Puedo afirmar que la educación es un proceso multidireccional por medio del cual se transmiten conocimientos, valores, costumbres y formas de actuar, ya que esta no solo se da a través de la palabra, sino con acciones y actitudes. La educación es un proceso de vinculación y concientización cultural, moral y conductual que se da generación tras generación, puesto que se van pasando y absorbiendo conocimientos, normas de conducta, modos de ser y formas de ver el mundo. También puede entenderse como un proceso de socialización formal de los individuos que se logra dentro de una sociedad.

La educación deberá transmitir, masiva y eficazmente, un volumen cada vez mayor de conocimientos teóricos y técnicos evolutivos, adaptados a la nueva civilización cognitiva, ya que son las bases de las competencias del futuro. De esta forma la educación se convierte día a día en *“las cartas náuticas de un mundo complejo y en perpetua agitación y, al mismo tiempo, en la brújula para poder navegar por él”* Delors (1998).

Según Delors (1998), la educación debe estructurarse en torno a cuatro aprendizajes fundamentales, mismos que en el transcurso de la vida de cada persona, serán los pilares que generaran su propio conocimiento.

### **Pilares de la educación:**

**Aprender a aprender.** *“Implica la capacidad de reflexionar en la forma en que se aprende y actuar en consecuencia, autorregulando el propio proceso de aprendizaje mediante el uso de estrategias flexibles y apropiadas que se transfieren y adaptan a nuevas situaciones”* (Díaz Barriga, 2009). Aquí se manejan conocimientos factuales, declarativos o conceptuales. El estudiante podrá aprovechar las posibilidades que ofrece la educación a lo largo de la vida, desarrollando sus conocimientos no solo en el aula sino en experiencias cotidianas, esto es hacer uso de los conocimientos adquiridos.

**Aprender a hacer.** Se habla aquí de conocimientos procedimentales, referente al “como”. El estudiante a fin de adquirir no sólo una calificación profesional sino, una competencia que lo capacite para hacer frente a ciertas situaciones y a trabajar en equipo, debe aprender un sin número de habilidades que le posibiliten dentro de su vida como adulto para proponer, desarrollar y resolver problemas o situaciones.

**Aprender a ser.** Se manejan conocimientos actitudinales: saber *“donde”*. Este importante pilar logra que se desarrolle mejor la propia personalidad del individuo y de esta forma logra estar en condiciones de actuar conforme a su capacidad de autonomía, de juicio y de responsabilidad personal, descubriendo y desarrollando aspectos que potencialicen aquello que lo hace único e irrepetible con una misión

en la que nadie lo puede sustituir; esto a la par de identificarse con el grupo de su pertenencia o de sus iguales.

**Aprender a convivir.** Se refiere a que el estudiante debe aprender a desarrollar trabajos en grupos, respetando la individualidad de las personas con conciencia de que cada individuo es único y especial (sin importar sus creencias, raza, forma de actuar, etc.), con la finalidad de aprender reglas de comportamiento y convivencia social.

Lo anterior está íntimamente ligado con las formas y teorías del aprendizaje, de ahí que surja la inquietud de hablar de teorías cognitivas del aprendizaje.

### **1.3.3 Teorías cognitivas del aprendizaje**

Al hablar de aprendizaje, es conveniente mencionar a algunos autores como Ardila (2001), quien considera que el aprendizaje es un *“cambio relativamente permanente del comportamiento que ocurre como resultado de la práctica”*. A su vez, Badillo (2006) define al aprendizaje como un *“proceso de cambios producidos por la experiencia que se adaptan a la conducta y que nos permiten resolver situaciones”*. Por su parte, Delors J. (1998), afirma que *“aprender a aprender significa que una persona aprende a comprender su contexto y desarrolla su capacidad de comunicación y apreciación de la realidad”*. Considero que estas concretas definiciones se complementan una a otra y agrego que hablar de aprendizaje es hacer referencia al proceso a través del cual se adquiere una nueva conducta, se modifica una antigua o se suprime determinada conducta que al avanzar en este proceso se torna obsoleta, todo esto como resultado de experiencias o prácticas. El aprendizaje es un conjunto de acciones y actitudes voluntarias cuya finalidad es adquirir datos, herramientas y formas de saber hacer o solucionar algo, logrando con todo esto un mayor desarrollo individual.

Las teorías que abordan los procesos de adquisición de conocimiento han tenido un gran desarrollo debido fundamentalmente a los avances tanto de la psicología como de la pedagogía, donde se hace énfasis en tratar de sistematizar los pasos y mecanismos asociados a los procesos mentales que lo hacen posible. Existen diversas teorías del

aprendizaje, cada una de ellas de acuerdo a su creador percibe el proceso desde una perspectiva diferente. Beltrán sugiere algunas líneas de investigación, que aparecen en la figura 1.17.

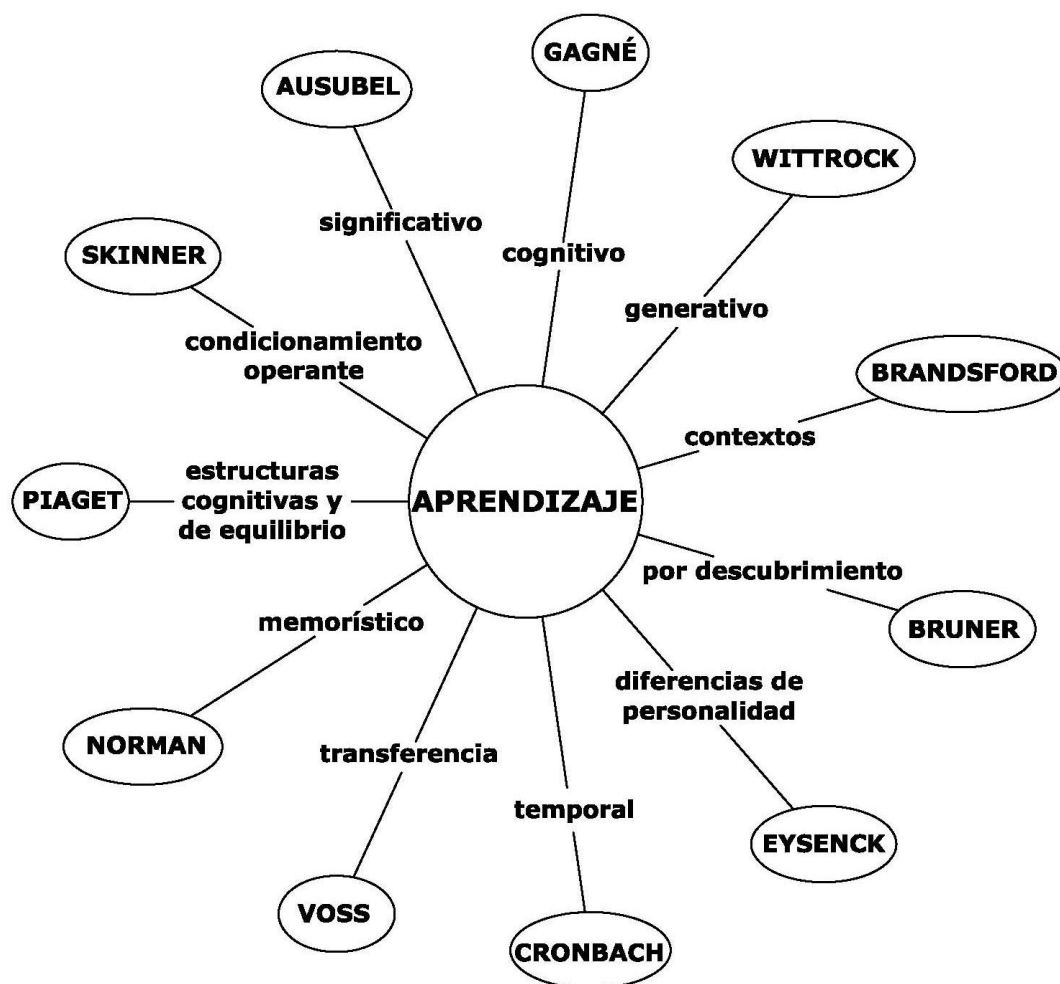


Figura 1.17 Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje.  
Beltrán (1998), tomado de Badillo (2006:27).

A lo largo de las últimas décadas, apreciables estudiosos han llevado a cabo investigaciones con las que han hecho valiosas aportaciones con referencia a los procesos cognitivos y a la forma en que el cerebro aprende, así se ha llegado al desarrollo de diferentes teorías sobre el aprendizaje. Esta investigación se centraliza en lo que Ramírez (2006), llama el paradigma psicopedagógico del constructivismo sustentado en Lev S. Vigotsky y Jean Piaget.

*“Este modelo se ha considerado ideal porque plantea el desarrollo del individuo subrayando la actividad mental constructiva, esto es, propicia el descubrimiento y construcción del conocimiento a través de estrategias que promueven que el individuo piense y obtenga los conocimientos como un resultado de su propio esfuerzo, facilitado por el ambiente creado por los académicos o facilitadores”, Ferreiro (2003).*

Considero también importante destacar lo referente al trabajo de Ausubel y Novak, ya que junto con Vigotsky y Piaget, son los cuatro máximos exponentes de la teoría del aprendizaje llamada “Constructivismo”.

### **Lev Semionovich Vigotsky**

Lev Semionovich Vigotsky (1896-1934). Su aportación es fundamental, ya que a la cuestión genética le agrega dos condicionantes: la sociedad y la cultura. Su teoría se basa principalmente en el aprendizaje socio cultural de cada individuo y por lo tanto en el medio en el cual el individuo se desarrolla. Afirma que los procesos de aprendizaje están condicionados por la cultura en la que nacemos y nos desarrollamos y así mismo por la sociedad en la que estamos inmersos.

De acuerdo con Vigotsky la cultura juega un papel importante en el desarrollo de la inteligencia. Las características de la cultura influyen directamente en las personas. Cada individuo tiene diferentes formas de aprender y de desarrollar sus funciones mentales superiores, las contribuciones sociales tienen directa relación con el crecimiento cognitivo ya que muchos de los descubrimientos de una persona para generar conocimiento se dan a través de otros, ya sea el profesor, los padres o los amigos. Aquí juega un papel importante el lenguaje, ya que es fundamental para el desarrollo cognitivo, pues permite expresar ideas y plantear preguntas, conocer categorías y conceptos para el pensamiento y los vínculos entre el pasado y el futuro.

Vigotsky resalta la importancia de los procesos sociales y culturales dentro del proceso de aprendizaje de las personas. Él enfatiza en su aporte teórico que las personas cuando aprenden interiorizan los procesos que se están dando en el grupo social al cual pertenecen y las manifestaciones culturales que les son propias.

Vigotsky introduce el concepto de “zona de desarrollo próximo” (ZPD, por sus siglas en ingles), lo que define como la distancia entre el nivel real de desarrollo determinado por la solución independiente de problemas y el nivel de desarrollo potencial determinado mediante la solución de problemas con la dirección de un adulto o bien con la colaboración de compañeros mas diestros. Para determinar este concepto se deben tener presentes dos aspectos: la importancia del contexto social y la capacidad de imitación.

La ZPD es el momento del aprendizaje que es posible en un estudiante, dadas las condiciones educativas apropiadas. En este concepto de zona de desarrollo próximo, docente y discente trabajan juntos en las tareas que el estudiante no podría realizar solo, dada la dificultad del nivel. La ZPD incorpora la idea marxista de actividad colectiva, en la que quienes saben más o son más diestros comparten sus conocimientos y habilidades con los que saben menos para completar una empresa.

Otros aspectos importantes del planteamiento de Vigotsky que se aplican a esta investigación son los siguientes

**Construcción del conocimiento.** El alumno de Geometría Descriptiva construye paso a paso su propio conocimiento y al hacerlo analiza y revisa información proveniente del exterior, de sus compañeros y principalmente del profesor. Para Vigotsky el aprendizaje siempre involucra a seres humanos que crean sus propias representaciones acerca de la nueva información que reciben, esto retoma importancia, ya que en el campo de la Geometría Descriptiva es fundamental lograr representaciones tridimensionales graficas y mentales.

**Influencia del aprendizaje en el desarrollo.** Vigotsky introduce el concepto de “zona de desarrollo próximo” (ZPD), que es el área que existe entre la ejecución espontánea que realiza el estudiante utilizando sus propios recursos y el nivel que puede alcanzar cuando recibe apoyo externo al utilizar el recurso propuesto. De esta forma se observa que un estudiante con poca capacidad de visualización espacial, incrementa su nivel al recibir el apoyo del producto de diseño que se propone en esta investigación.

**Papel del lenguaje en el desarrollo.** El aprendizaje como experiencia externa es transformado en una experiencia interna, logrando esto por medio del lenguaje. Aquí cobra gran importancia el lenguaje utilizado dentro del aula y en el momento de la aplicación y observación del producto de diseño, ya que esto conlleva a imbuir al estudiante dentro del contexto de la Geometría Descriptiva.

### **Jean William Fritz Piaget**

Jean Piaget (1896-1980). Sus aportaciones más importantes son la corriente de la epistemología genética y sus estudios en el campo de la psicología evolutiva, la infancia y su teoría del desarrollo cognitivo. La epistemología genética de Piaget estudia el origen y desarrollo de las capacidades cognitivas desde su origen orgánico, biológico y genético; de esta forma él descubrió que cada individuo se desarrolla a su propio ritmo.

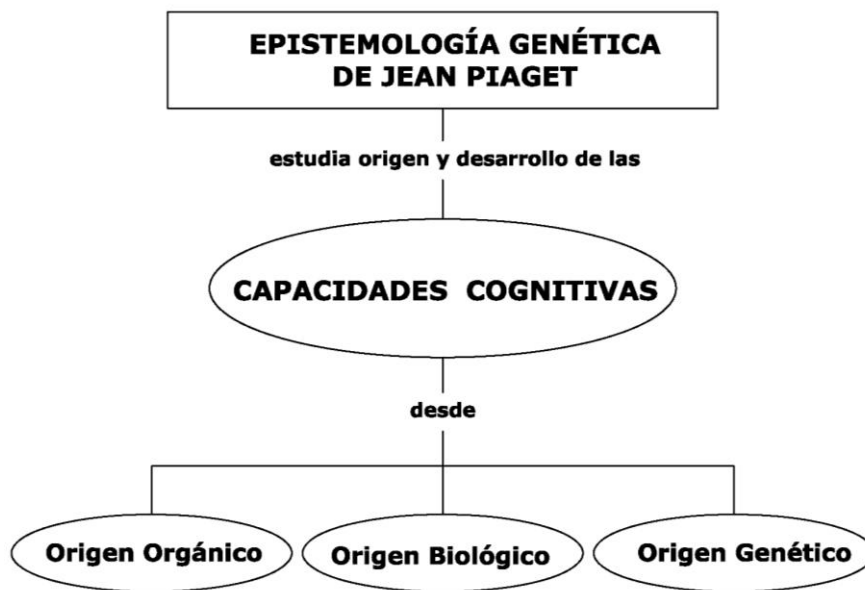


Figura 1.18 Epistemología genética de Piaget.

Piaget señala que el aprendizaje es una reorganización de estructuras cognitivas y es también la consecuencia de los procesos adaptativos al medio, la asimilación del conocimiento y la acomodación de éstos en las estructuras, igualmente afirma que la motivación del estudiante para aprender en el aula es inherente a él y, por lo tanto no

es manejable directamente por el profesor. La enseñanza debe permitir que el estudiante manipule los objetos de su ambiente transformándolos, encontrándoles sentido y variándolos en sus diversos aspectos, así experimentando hasta que pueda hacer inferencias lógicas y desarrollar nuevos esquemas y estructuras mentales.

Para Piaget el aprendizaje se da en la medida que hay una transformación en las estructuras cognitivas de las personas que aprenden. Nos ofrece dos conceptos: el de asimilación y el de acomodación. En el de asimilación lo que nos dice es que las personas asimilan lo que están aprendiendo, lo que están observando, lo que están viviendo, pero ese conocimiento que están adquiriendo lo miran a la luz de los conocimientos previos que tienen en sus estructuras cognitivas, ello le permite de alguna manera recrear y entender lo que están accedendo como conocimientos nuevos, de ahí que surjan tres acciones, mismas que se abordaran haciendo alusión a la aplicación de estos conceptos dentro de esta investigación, dado que los estudiantes al llegar a la clase de Geometría Descriptiva asimilan los conocimientos y surgen las tres acciones que menciona Piaget en su teoría:

1. Cuando el conocimiento recibido ya se tiene con anterioridad, se mantiene la misma estructura cognitiva. Esto sucede con los estudiantes que ya han tenido contacto con la Geometría Descriptiva, principalmente con los temas básicos, donde al recibirlos nuevamente mantienen su misma estructura cognitiva.
2. Cuando existe cierto conocimiento sobre algo y llega nuevo conocimiento, se amplía la estructura cognitiva, ya que el nuevo conocimiento amplía lo que ya se sabía. Sucede con los conocimientos generales y básicos de la Geometría Descriptiva, que de alguna forma ya se han manejado en niveles escolares anteriores, es ahí cuando se amplía la estructura cognitiva.
3. Cuando se descubre que lo que se sabía, no es precisamente lo correcto, lo que se quiere o lo que es necesario saber, se modifica totalmente la estructura cognitiva. Esto se refiere a lo que en la actualidad algunos teóricos llaman desaprender, para retomar los conocimientos desde otra perspectiva.



El docente se dará cuenta cuando el estudiante agrega el nuevo conocimiento a sus estructuras cognitivas de acuerdo a los conocimientos previos que tiene, en la medida que pueda explicar lo que acaba de aprender, ya que toda persona que no puede explicar de alguna manera lo aprendido nos indica que aún no lo ha entendido.

### **David Paul Ausubel**

Ausubel (1918-2008), aporta un concepto muy importante en el proceso de desarrollo de las nuevas teorías del aprendizaje. Basó sus teorías en los estudios de Piaget, y además valoró la experiencia que tiene el aprendiz en su mente. Una de sus contribuciones más importantes fue el desarrollo de la teoría del aprendizaje significativo y los organizadores anticipados. Estas teorías ayudan a que el estudiante vaya construyendo sus propios esquemas de conocimiento para comprender mejor los conceptos. Los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en su estructura cognitiva. Esto se logra cuando el estudiante relaciona los nuevos conocimientos con los que antes tenía, para que logre un aprendizaje significativo, son necesarias las siguientes condiciones:

- El material de estudio debe tener una significatividad lógica, esto es un significado en sí mismo, es decir que exista una secuencia lógica de conceptos, para que se dé una construcción de conocimientos.
- El material también deberá tener una significatividad psicológica, dado que el estudiante debe tratar de conectar el nuevo conocimiento con los previos y de esta forma logrará acomodarlo dentro de sus estructuras cognitivas, logrando así desarrollar una memoria de largo plazo.
- Es importante que el estudiante asuma una actitud favorable, ya que el aprendizaje no puede darse si no hay interés por parte de él. Este componente se refiere a sus disposiciones emocionales y actitudinales, en donde el docente sólo puede influir en lo referente a la motivación del estudiante.

Algunas de las ventajas más importantes del Aprendizaje Significativo son:

- Produce una retención más duradera de la información.

- La nueva información al ser relacionada con la anterior, es guardada en la memoria a largo plazo.
- Facilita la adquisición de nuevos conocimientos relacionados con los anteriormente adquiridos de igual forma significativa, ya que al estar claros en la estructura cognitiva se facilita la retención del nuevo contenido.
- Es personal, ya que la significación de aprendizaje depende de los recursos cognitivos de cada estudiante.
- Es un conocimiento activo, ya que depende de la asimilación de las actividades encaminadas al aprendizaje por parte del estudiante.

Al aplicar el producto de diseño multimedia, objeto de esta investigación, se observa que cumple con algunas de las importantes ventajas del Aprendizaje Significativo, que a continuación se mencionan:

- Por la naturaleza propia del producto multimedia se producirá una retención más duradera de la información.
- El producto facilitará la adquisición de nuevos conocimientos, reafirmando los adquiridos anteriormente.
- El conocimiento se hace activo al estimular los procesos mentales del estudiante.

Ausubel hace referencia a los hechos, sucesos, experiencias, normas, actitudes y anécdotas personales. También postula que el aprendizaje implica una reestructuración activa de las percepciones, ideas, conceptos y esquemas que el que aprende posee en su estructura cognitiva y concibe al estudiante como un procesador activo de la información mediante un aprendizaje sistemático y organizado.

Afirma que el aprendizaje no solo se da cuando se descubre el conocimiento, ya que considera que igualmente se puede entender y asimilar lo que se recibe. De ahí que se hable de aprendizaje significativo por recepción, donde existen ciertas características pedagógicas que el profesor debe mostrar en el proceso de enseñanza. Es importante mencionar que en la aplicación del producto multimedia, se aprecia la información tal y como debe ser aprendida, usando y aprovechando los esquemas previos de geometría que posee el estudiante, así como una nueva información que lo invitará a descubrir por

si mismo nuevos conocimientos y generando con ello nuevas ideas. El material producto de esta investigación se presentará en forma organizada.

Por otra parte, dentro del Aprendizaje Significativo, es de suma importancia, hacer énfasis en el papel del estudiante, ya que éste debe poseer ciertas habilidades como son: procesar, asimilar y retener activamente la información, así como también relacionar las nuevas estructuras con las previas y algo muy importante es la buena disposición que debe tener para lograr el aprendizaje.

### **Joseph D. Novak**

Dentro de las teorías cognitivas del aprendizaje, me parece importante mencionar al Doctor Novak, quien hace un aporte substancial e interesante frente a este concepto de aprendizaje significativo. Logra desarrollar un instrumento didáctico que es una valiosa herramienta instruccional, conocido como Mapa Conceptual que nos permite de alguna manera detectar si el estudiante realmente tiene asumidas en sus estructuras cognitivas el nuevo aprendizaje. Para realizar un mapa conceptual, se deben haber entendido los conceptos manejados, ya que en ese momento se puede demostrar que se logra manipular los conceptos con significado. Esta teoría resulta interesante dentro de esta investigación dado que los estudiantes de geometría descriptiva para desarrollar un mapa conceptual es necesario que manejen los conceptos y el vocabulario adecuado. Al hacerlo demostraran que efectivamente en ellos se genera un aprendizaje significativo que posteriormente aplicaran en las propuestas de sus diseños.

Existen cambios verdaderamente importantes en la forma de aprender en las personas, y esto a su vez nos lleva a que es necesario hacer cambios en la forma de enseñar, dado que no solo es importante tener el conocimiento, sino tener habilidad, destreza suficiente y sobre todo buenas técnicas para lograr en nuestros estudiantes un Aprendizaje Significativo, todo esto sin considerar el tema o UEA a enseñar, pero dado que en esta investigación se abordan temas de Geometría Descriptiva se hace necesario hablar sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de dicha UEA.

### **1.3.4 El proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría hoy**

La Geometría es aquella parte de las matemáticas que está más ligada a la realidad. Tiene diversos aspectos, y en consecuencia no ha sido hallada, una vía simple, limpia, lineal, jerárquica desde los primeros niveles hasta las realizaciones y aplicaciones más avanzadas de la geometría. Su enseñanza no es una tarea fácil, ya que contrariamente a tratar de enfrentar y superar algunos obstáculos, las prácticas escolares actuales en algunas universidades simplemente omiten estos obstáculos llegando así a una falta de atención en su papel dentro del currículo escolar, algunas veces excluyendo partes importantes, que al ser recortadas dan como resultado un vacío en cuanto a los conocimientos de geometría que los estudiantes deberían tener. Esto ha sucedido específicamente en la UAM-A, donde a través del tiempo se han ido recortando los trimestres donde se impartía la UEA de Geometría Descriptiva, pues en el año 1994 se recortó un trimestre del tronco general de asignaturas, dando como resultado que la UEA de Geometría Descriptiva que se impartía en tres trimestres, quedara recortada a solo dos trimestres, (ver Programa de Estudios, en Anexo 2, página 187) y por ende los contenidos y conocimientos que los estudiantes deberían manejar. Esto nos obliga a identificar y analizar los impactos didácticos potenciales de la Geometría, para lo cual es conveniente aprovechar y aplicar nuevos métodos de enseñanza y nuevos apoyos que coadyuven en el proceso de su enseñanza aprendizaje.

Existen 3 propósitos que considero deben regir el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría, mismos que menciono a continuación:

1. La Geometría como ciencia del espacio.
2. La Geometría como método para visualizar conceptos y procesos matemáticos.
3. La Geometría como punto de encuentro dentro de las matemáticas.

La enseñanza de la Geometría, a diferencia de la enseñanza de otras ramas de las matemáticas, incluye dos facetas, la conceptualización y el razonamiento espacial; esto se refiere a manejar no solo conceptos o ideas, sino también imágenes, las cuales dentro de cada estudiante han sido creadas a partir de conceptos que evocarán a un

objeto real o imaginario, y que posteriormente gracias a la geometría descriptiva se logrará llevar a cabo lecturas e interpretaciones de dichas imágenes. En todo esto se verá reflejado un lenguaje universal que facilitará la concepción espacial y la forma precisa de comunicar las respuestas formales.

El proceso de enseñar geometría dentro del diseño se da ante la necesidad de representar por medio de un lenguaje gráfico universal, cualquier entorno espacial ya sea producto de la realidad o de la imaginación del diseñador. Se deben considerar en forma muy adecuada la influencia de las herramientas disponibles en el proceso de enseñanza aprendizaje, desde los instrumentos para el trazo manual, hasta las computadoras. Cabe mencionar que es importante el uso de las TIC, ya que servirá de apoyo como herramienta útil para una adecuada visualización y comprensión del espacio, pero nunca podrá substituir lo que los conocimientos de geometría lograrán dentro de los procesos mentales relacionados con cuestiones espaciales.

Por lo anterior, afirmo que la enseñanza de la Geometría Descriptiva tiene la obligación de considerar como imprescindible ofrecer a los futuros diseñadores una amplia cultura geométrica. Para tal geometrización, es necesario tener un vocabulario adecuado y desarrollar ciertas habilidades específicas, entre ellas, poseer una visión global de las aplicaciones actuales, así como tener una gran sensibilidad por la belleza y por la utilidad de los espacios tanto abiertos como limitados.

### **Descripción del proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría en la UAM A**

Antes de explicar el proceso de enseñanza de la geometría descriptiva que yo aplico con mis alumnos, presento algunas características de la UEA, así como de los estudiantes que la cursan.

**Nombre de la UEA:** Geometría Descriptiva I.

**Ubicación dentro del Plan de Estudios:** Se cursa en el primer trimestre del Tronco General de Asignaturas, que es equivalente al trimestre de ingreso de los alumnos a la

universidad. Se imparten tres clases a la semana, con una duración de una hora y media cada una, durante once semanas, más otra semana para examen global.

**Características de los Alumnos:** La universidad permite el ingreso de alumnos que procedan de diversos tipos de educación e instituciones, como son estudios vocacionales, preparatorios, sistemas abiertos y algunos otros, así como de las diferentes áreas de estudio, por lo que son muy heterogéneos en el conocimiento y manejo de elementos de dibujo técnico y principios básicos de geometría descriptiva. Esta UEA es común y obligatoria para alumnos inscritos en las licenciaturas de Arquitectura, Diseño de la Comunicación Gráfica y Diseño Industrial.

**Objetivos de la UEA:** Al finalizar el curso el alumno será capaz de:

- Representar gráficamente en proyección bidimensional, figuras geométricas del espacio tridimensional.
- Resolver intersecciones entre superficies y volúmenes geométricos con sus respectivos desarrollos.

(Para ver los contenidos de la UEA, ver el programa de estudios correspondiente en el anexo 2, página 187)

**Modalidades de Conducción del Proceso de Enseñanza-Aprendizaje:** Se pueden diferenciar dos etapas en la didáctica del curso:

En la parte introductoria del mismo, cuando se abordan temas como la definición y objetivos de la Geometría Descriptiva, su utilidad e importancia en las licenciaturas de diseño, se expone la clase con apoyo del pizarrón y diaporamas, con los que se muestran algunos ejercicios de geometría, pero sobre todo, ejemplos de la aplicación de la Geometría Descriptiva al Diseño, con la finalidad de que el estudiante comprenda la utilidad que tendrá la geometría descriptiva en los estudios que va a iniciar y en su práctica profesional. En esta primera etapa, el estudiante también busca aplicaciones de la geometría al diseño en general.

La segunda parte, y la más extensa del curso, pretende introducir al estudiante a la adquisición de un pensamiento visual tridimensional, a través de dibujos en dos

dimensiones. Es en este proceso de visualización en donde se encuentra la clave de la actividad cognitiva de la geometría, por lo que se le debe enseñar al estudiante a evolucionar su forma de mirar y observar los objetos, para que de esta manera, pase de aquellas percepciones visuales simples, hasta las que le permitan explotar el potencial heurístico de la visualización.

La manera tradicional de introducir al alumno a la visualización espacial, es por medio de un proceso de enseñanza-aprendizaje en el que al inicio de cada sesión, el profesor expone un concepto de la geometría y lo va explicando en forma teórica, al mismo tiempo que se va dibujando en el pizarrón, con el apoyo de reglas, escuadras y compás. Figura 1.19, para que los estudiantes comprendan los diferentes conceptos y la importancia de la exactitud de los trazos y la secuencia de los mismos para lograr la correcta representación de los elementos.

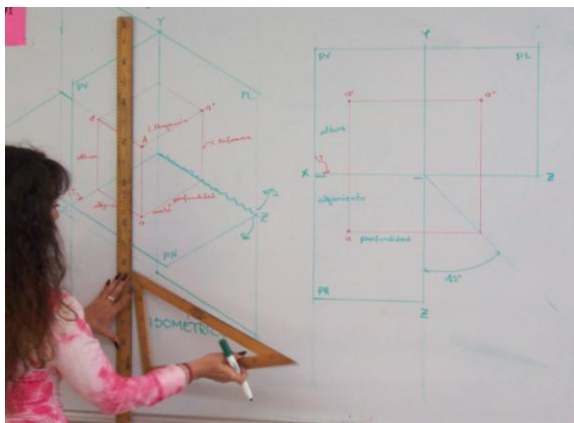


Figura 1. 19 Forma de trazar en el pizarrón.

Los estudiantes a su vez, Figura 1.20 van dibujando en papel y también con instrumentos de dibujo lo que el profesor está explicando. De esta manera el alumno va aprendiendo los elementos básicos de la geometría como son los sistemas de proyección, y la manera en que en ellos se proyectan los diferentes elementos constitutivos de una forma como son, el punto, la línea, el plano, las figuras geométricas simples, las intersecciones, etc.



Figura 1.20 Estudiantes reproduciendo los trazos del pizarrón.

Por la dificultad que implica el comprender el espacio tridimensional en un dibujo de dos dimensiones, como un ejercicio complementario al dibujo, el estudiante realiza maquetas volumétricas en donde va representando en tres dimensiones, lo que dibujó en dos, con el fin de poder reproducir un elemento en proyección ortogonal y de esta forma ir desarrollando la capacidad espacial. Figuras 1.21 y 1.22.

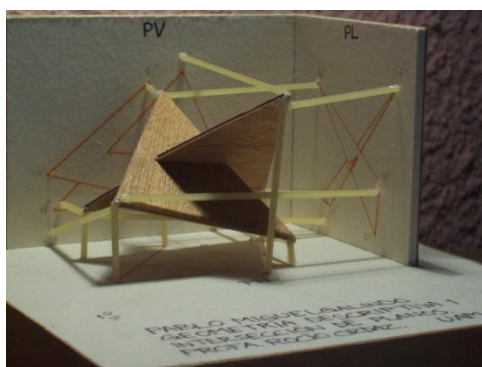


Figura 1.21 Maqueta realizada por un estudiante reproduciendo en forma adecuada la proyección ortogonal.



Figura 1.22 Maqueta realizada por un estudiante que NO sabe reproducir adecuadamente la proyección ortogonal.

En esta fase cobra vital importancia la experiencia y sobre todo la capacidad didáctica del profesor, ya que son las actividades concretas, bien secuenciadas (metodología de trabajo) las que harán que el estudiante descubra, comprenda, asimile y aplique las



ideas, conceptos, propiedades, relaciones, entre otros que son motivo del aprendizaje en ese nivel.

### **Problemas más Frecuentes en el Proceso de Enseñanza -Aprendizaje**

Como profesor es necesario enfrentarse a la dificultad de dibujar clase a clase en el pizarrón, sobre todo considerando que el tiempo de clase es reducido pues solo se cuenta con una hora con treinta minutos, tiempo en el que se habrá de explicar el tema, realizar los trazos en el pizarrón, resolver dudas de los estudiantes y darles el tiempo necesario para que ellos reproduzcan los trazos.

Para el estudiante no es un proceso fácil imaginar y comprender en tres dimensiones lo que está dibujando en dos y además asimilar la percepción del espacio. El alumno requiere tiempo suficiente para no solo reproducir los trazos del pizarrón, sino para generar su conocimiento geométrico a partir de su propio proceso de visualización espacial.

#### **1.3.5 Alcances en la enseñanza de la geometría**

Me parece un tanto difícil marcar clara y específicamente determinados alcances u objetivos dentro de la enseñanza de la Geometría, por los conceptos que se deben manejar además de traducir a los diversos lenguajes de acuerdo a cada tipo de diseño, y primordialmente por la duración de cada trimestre, considerando que únicamente son dos trimestres en los que se imparte Geometría, en la UAM A. Es más adecuado plantear o visualizar algunos alcances un tanto más generales que todo diseñador ya sea gráfico, industrial o arquitecto debería conseguir tras su formación básica dentro de la licenciatura. Al hablar de dichos alcances, retomo los tres tipos de objetivos: conceptuales, procedimentales y actitudinales, sobre los que en forma general puedo agregar lo siguiente:

**Objetivos Conceptuales**, describen al saber teórico, al conocimiento, por lo tanto son aquellos que conforman el saber, haciendo referencia al aspecto disciplinar y teórico. Se refieren a las capacidades de formar estructuras

conceptuales con la información, los conceptos, los principios y las teorías que conforman el saber disciplinar, y *cómo* es que estos operan exitosamente a partir de ellas.

Con base en lo anterior y retomando los objetivos específicos en la enseñanza de la geometría, declarados en Trejo (2001), realizo la siguiente tabla. (Lo mismo se hará con cada uno de los otros tipos de objetivos):

<b>OBJETIVOS CONCEPTUALES</b>	Describir situaciones reales, fenómenos y experiencias con diferentes lenguajes geométricos (palabras, símbolos, signos, formulas, expresiones, figuras o gráficos)
	Reconocer magnitudes y conocer unidades de medida en el caso de longitudes, superficies y volúmenes; conocer y utilizar métodos directos e indirectos para medir.
	Distinguir figuras lineales, planas y espaciales, describiendo sus elementos y hallando las relaciones de igualdad, incidencia, perpendicularidad, simetría, entre dichos elementos mediante el lenguaje adecuado.
	Reconocer figuras congruentes, semejantes o equivalentes y justificar tal relación mediante algún criterio basado en transformaciones geométricas.
	Definir conceptos y enunciar propiedades geométricas, tanto en figuras planas como espaciales, sabiendo deducir o inducir algunas relaciones o propiedades fundamentales.
	Enunciar y explicar las relaciones métricas del triángulo y las propiedades sobre las que éstas se basan (Tales, Pitágoras . . .)
	Conocer y situar en el tiempo aspectos relevantes de la historia de la Geometría y su relación con el progreso de la humanidad.

Figura 1.23 Objetivos conceptuales en la enseñanza de la Geometría.

**Objetivos Actitudinales**, éstos conforman el *saber ser*, dado que se refieren a la predisposición sobre la adopción de determinadas actitudes o hacia determinados tipos de percepción, valoración o acción.

OBJETIVOS ACTITUDINALES	Mostrar disposición a interrogarse en cualquier situación, formulando hipótesis y comprobarlas experimentalmente o a partir de un razonamiento.
	Criticar la información que se recibe, procurando contrastarla con métodos o información que se posea.
	Reconocer la necesidad de utilizar instrumentos de medida y diferentes materiales de dibujo.
	Valorar positivamente las actividades destinadas a resolver cuestiones o descubrir hechos, lo que permite planificar, buscar medios adecuados, diseñar experiencias, entre otros hechos.
	Abordar las situaciones problemáticas haciendo uso de todas las técnicas a su alcance: medir, construir, dibujar, entre otras. . .
	Valorar positivamente el uso correcto del vocabulario estudiado, en orden a conseguir claridad y concisión.

Figura 1.24 Objetivos actitudinales en la enseñanza de la Geometría.

**Objetivos Procedimentales**, son los relacionados con el saber práctico y metodológico, con aptitudes, por lo tanto estos objetivos conforman el *saber hacer*. En cuanto a procedimiento, se refieren a las capacidades de formar estructuras prácticas con las metodologías, procedimientos y técnicas habituales para operar sobre los saberes conceptuales.

<b>OBJETIVOS PROCEDIMENTALES</b>	Realizar observaciones sistemáticas, clasificarlas, esquematizarlas y expresarlas en diferentes lenguajes (símbolo, palabra, fórmula, figura . . .) sabiendo realizar los cambios de lenguaje.
	Usar los métodos inductivos y deductivos en el estudio de los cuerpos y figuras geométricas.
	Relacionar la Geometría con las otras disciplinas.
	Medir por métodos directos e indirectos longitudes, ángulos, superficies y volúmenes, escogiendo la unidad adecuada e indicando el grado de precisión obtenido.
	Aplicar la proporcionalidad directa o inversa a la resolución de problemas geométricos.
	Resolver problemas geométricos por tanteo, por método analítico y por método gráfico, realizando la comprobación de las soluciones obtenidas y la discusión de las mismas.
	Clasificar y ordenar figuras planas y espaciales.
	Construir modelos de figuras lineales, planas y espaciales.
	Hacer construcciones gráficas planas con instrumentos de dibujo.
	Hacer representaciones planas del espacio.
	Usar las transformaciones geométricas (isometrías y semejanzas) para clasificar, generar y analizar figuras.
	Interpretar representaciones y deducir datos de las mismas por ejemplo de planos y mapas, entre otras.
	Usar y calcular funciones trigonométricas.
	Estudiar figuras geométricas, gráfica y analíticamente con especial énfasis en los triángulos.

Figura 1.25 Objetivos procedimentales en la enseñanza de la Geometría.

### 1.3.6 Pensar geoméricamente

Antes de hablar de pensamiento geométrico, me situaré en el pensamiento matemático que no es exclusivo de las personas dedicadas o relacionadas con las matemáticas. Se

refiere a cómo una persona interpreta un contenido específico, cómo desarrolla y resuelve tareas y problemas específicos, no solo matemáticos sino cotidianos y referentes a múltiples trabajos.

El desarrollo del pensamiento geométrico se da a partir del manejo de esa parte de las matemáticas, en la que se trata de estimular la capacidad del hombre para explorar racionalmente su entorno, esto es el espacio físico en que vive, las formas y figuras físicas que lo rodean.

Cuando se habla del desarrollo cognitivo de las personas, es de suma importancia hablar también del valor que tiene la geometría en dicho desarrollo, ya que los denominados conocimientos básicos de las matemáticas incluyen el pensamiento espacial y los sistemas geométricos. Gardner (1987) en su teoría de las inteligencias múltiples, considera como una de estas inteligencias la espacial y plantea que el pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico ya que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la toma de decisiones en el momento de resolver implicaciones de ubicación, orientación y distribución de espacios, así como en la resolución de problemas en general.

### **La visualización y el pensamiento visual**

Conviene plantear dentro de la educación geométrica, la importancia de concebir puntos claves como son la visualización que incluyen un conjunto de capacidades que dan inicio al desarrollo del pensamiento visual. Estos elementos nos llevarán a lograr desarrollar ciertas capacidades y habilidades necesarias para hacer, entender y enseñar Geometría.

Dada la importancia de estos conceptos, es conveniente aclarar el significado que se dará en esta investigación a visualización y pensamiento visual, ya que son términos que frecuentemente logran confundirse o relacionarse con las simples imágenes que a menudo ilustran el discurso geométrico.

Yo sustento que visualización, es tener ciertas capacidades para llevar a cabo lecturas visuales a partir de objetos que se nos muestran o bien a partir de determinadas

representaciones, así como producir imágenes mentales que ilustren o representen determinados conceptos, propiedades o situaciones. De acuerdo precisamente a estas capacidades surge en cada individuo el pensamiento visual, mismo que va más allá de la simple habilidad de visualizar, ya que se incluyen aspectos como el rápido reconocimiento de determinadas formas o categorías, la manipulación automática de determinados códigos, entre otros. Con el pensamiento visual, logramos hacer una adecuada lectura de mapas y croquis, así como de partituras musicales. Puedo afirmar entonces que, explorar, seleccionar, simplificar, abstraer, analizar, comparar, completar, resolver, combinar, son algunos de los verbos que caracterizan al pensamiento visual.

Pensar visualmente, no es una idea nueva ya que Francis Galton (1822-1911) considerado como el padre de la Psicología Diferencial en su obra *Inquiries into Human Faculty and Development* (Investigaciones acerca de las facultades y el desarrollo humano), escribió que mientras algunas personas ven imágenes mentales vívidas, para otras las ideas no se consideran como imágenes mentales sino como símbolos de hechos. De esta forma puedo aseverar que una persona con un pensamiento visual poco desarrollado, podrá recordar lo que comió, pero no visualizar la comida, ni mucho menos representarla.

Estudios sobre las imágenes que tienen los pacientes con daños cerebrales, indican que el pensamiento visual y el verbal operan a través de distintos sistemas cerebrales. Los registros del flujo sanguíneo indican que cuando una persona visualiza alguna actividad como jugar fútbol o bailar, la irrigación aumenta súbitamente en la corteza visual que es la parte del cerebro que tiene que trabajar más. Estos estudios de personas con daños cerebrales muestran que las lesiones en la parte posterior del hemisferio izquierdo pueden impedir la generación de imágenes visuales almacenadas en la memoria de largo plazo, sin afectar para nada el lenguaje y la memoria verbal. Lo anterior indica que las imágenes visuales y el pensamiento verbal dependen de sistemas neurológicos distintos. Otro estudio del Dr. Pascual Leone (2005) en su obra *Transcranial Magnetic Stimulation: A Neurochronometrics of Mind* (Mente, Cerebro y Conducta: Alvaro Pascual Leone y la Estimulación Magnética Transcraneal) indica que

el ejercicio de una habilidad visual puede hacer que el mapa motriz del cerebro se expanda.

Edwards (1985), sostiene que la capacidad de dibujo de un individuo, está íntimamente relacionada con su propia capacidad de visualización, y que ambas capacidades tanto de dibujar como de visualizar están controladas por una forma diferente de procesar la información visual.

Existen dos perfiles dentro del aprendizaje geométrico, el de naturaleza Visual y el de naturaleza Verbal:

NATURALEZA VISUAL	NATURALEZA VERBAL
1. Se realiza de forma DIRECTA.	1. Se realiza de forma REFLEXIVA.
2. A través de la INTUICIÓN geométrica.	2. A través de la LÓGICA geométrica.
3. Creativa	3. Analítica.
4. Subjetiva.	4. Objetiva.
Ejemplo: Círculo es algo que rueda, como una galleta, una llanta, . . .	Ejemplo: Círculo es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya distancia a un punto fijo llamado centro es menor que una constante $r$ (radio).

Figura 1.26 Perfiles de Aprendizaje Geométrico. Gómez Melchor. Universidad Autónoma de Madrid.  
[http://www.uam.es/personal\\_pdi/stmaria/megome/cursos/Matemat/apuntes/2\\_Geometria.pdf](http://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/megome/cursos/Matemat/apuntes/2_Geometria.pdf)  
 Noviembre 5, 2009.

Dichos perfiles de aprendizaje geométrico, están íntimamente ligados con aspectos del procesamiento de la información, lo cual a su vez se relaciona con los hemisferios del cerebro.

Es a través de la historia de la geometría que hemos visto que la forma en que ha sucedido su evolución es una dinámica que se apoya en la interacción entre procesos de visualización ligados al pensamiento espacial y procesos de justificación ligados al

pensamiento deductivo, y así, nuevamente estamos hablando de hemisferio izquierdo y hemisferio derecho.

HEMISFERIO IZQUIERDO	HEMISFERIO DERECHO
Piensa en palabras.	Piensa en imágenes.
Procesa la información parte por parte.	Se ocupa de aspectos espaciales y visuales.
Organiza secuencialmente la información.	La información se procesa en una configuración global.
Procesa desde las partes hacia el todo.	Procesa desde el todo hacia las partes.
La descripción de materiales visuales recibidos en el hemisferio izquierdo se hace de forma hablada y escrita.	Es el centro de la intuición y la creatividad.
	Comunica por medio de acciones e imágenes.
	La información que recibe el hemisferio derecho puede ser comunicada al izquierdo por el lenguaje escrito y hablado.

Figura 1.27 Procesamiento de la información. Gómez Melchor. Universidad Autónoma de Madrid.  
[http://www.uam.es/personal\\_pdi/stmaria/megome/cursos/Matemat/apuntes/2\\_Geometria.pdf](http://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/megome/cursos/Matemat/apuntes/2_Geometria.pdf)  
 Noviembre 5, 2009.

### Proceso de visualización

Algunas personas consideran que la visualización es una habilidad innata, sin embargo, dado que los procesos de visualización están en la base de la actividad cognitiva en geometría, el estudiante debe ir evolucionando su forma de mirar y observar los objetos, de esta forma pasará de aquellas percepciones visuales simples, hasta las que le permitan explotar el potencial heurístico de la visualización. Lo anterior se torna muy importante dado que es la visualización la que integra los procesos por medio de los cuales se obtienen conclusiones a partir de las representaciones de los objetos bi o tridimensionales y de las relaciones o transformaciones observadas en ellos. Es también la visualización en forma general la que tiene una estrecha relación con la



representación del espacio, la exploración heurística y la visión sinóptica de una situación compleja.

A continuación se sugieren tres niveles que caracterizan el desarrollo de la visualización, tomados de *“Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales”* proyecto del Ministerio de Educación Nacional de la República de Colombia (2004), investigación que estuvo dirigida por el asesor internacional del CINVESTAV-IPN México Luis Moreno Armella y, que corresponden a los tipos de visualización que propone Duval (1998).

### **Nivel global de percepción visual**

Es el nivel más elemental de visualización donde aparece la percepción global de las imágenes, que es esencial en la actividad geométrica y nos permite asociar figuras a objetos físicos, aquí se destaca la forma total de la imagen. Por ejemplo, una representación como la de la figura 1.25 puede asociarse a un techo, a la cubierta de una mesa o a un cuadrado visto en perspectiva.

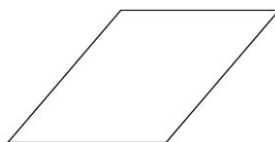


Figura 1.28 Forma total de la imagen.

Dentro del contexto matemático, la percepción global actúa para reconocer formas prototípicas que se asocian con nombres de figuras geométricas.



Figura 1.29 Figuras geométricas.

En la percepción de estas formas prototípicas como las que parecen en la figura 1.29, predominan aspectos no matemáticos como la posición (boca arriba, boca abajo). Por esta razón este nivel debe dar paso en la enseñanza de la geometría, a una mirada

matemática de las figuras que active la mente hacia la búsqueda de objetos geométricos y sus relaciones.

### **Nivel de percepción de elementos constitutivos**

Aquí la percepción del objeto ya no es global, sino que se percibe la imagen como constituida por elementos de una misma dimensión o dimensiones inferiores. Así, una imagen tridimensional se verá formada por figuras tridimensionales o bidimensionales, una imagen bidimensional se verá formada por figuras bidimensionales, unidimensionales como segmentos o de dimensión cero como el punto. La identificación de partes constitutivas de una figura geométrica depende estrechamente del desarrollo de la percepción visual.

### **Nivel operativo de percepción visual**

Es en este nivel, donde logramos operar sobre las figuras, realizando verdaderas transformaciones visuales imaginarias que darán paso al desarrollo de proyectos más elaborados.

Visualización es *“la acción y efecto de visualizar”*, y esta a su vez se refiere a *“imaginar con rasgos visibles algo que no se tiene a la vista”, “formar en la mente una imagen visual de un concepto abstracto”* ([www.rae.es](http://www.rae.es)), noviembre 18, 2009, es con base en esta última definición que la visualización ha sido un tema estudiado por la didáctica desde el arribo de las máquinas con capacidades de graficación de elementos que forman parte de los contenidos dentro de los sistemas educativos.

Dentro del diseño, la visualización cobra vital importancia dado que es relevante tener la capacidad de ver mentalmente un objeto tridimensional (real o virtual), imaginándolo en su contexto espacial. Una vez que se ha visualizado en forma global el objeto tridimensional, aparece aquí la Geometría Descriptiva, ya que es por medio de ella como se podrá estudiar la manera de trasladar los objetos tridimensionales a un elemento bidimensional, es importante recordar que es también la Geometría Descriptiva una herramienta necesaria para adquirir una mente espacial con capacidad de visualización.

Para cumplir con el objetivo de esta investigación es necesario el desarrollo del producto multimedia que coadyuve en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría Descriptiva, el cual se propone como material didáctico de apoyo a la enseñanza principalmente presencial de la UEA correspondiente, en la UAM A, pero cabe mencionar que también es un buen apoyo en el aula virtual.

En el siguiente capítulo se abordará el desarrollo del Método que será la guía para el desarrollo de esta investigación.

## **Capítulo 2 MÉTODO DE INVESTIGACIÓN**

*“La Geometría es el arte de pensar bien, y dibujar mal”*

Poincare.

## Capítulo 2 MÉTODO DE INVESTIGACIÓN

Un método de investigación es una forma sistemática y estructurada para obtener conocimiento sobre el objeto de investigación. En términos prácticos es la manera en que se busca solución a un problema, o dicho de otra forma son los pasos seguidos para resolver el problema. Es importante tener claridad en cuanto a la estrategia metodológica global que guiará el proceso del desarrollo de la investigación, así como cuales serán los mecanismos de evaluación que permiten realizar el seguimiento, la valoración y la cuantificación de resultados, para después de esto llegar a las conclusiones y en su caso dar alguna recomendación.

A través del proceso de resolver el problema planteado en la introducción, en la pág. 3, se desprenden e involucran dos variables en esta investigación, una, la variable independiente la cual es susceptible a ser manipulada, para este caso se hace referencia al producto de diseño multimedia, y la otra, la variable dependiente que es aquello que se trata de cambiar mediante la manipulación de la variable independiente, esto es el factor observado y medido para determinar el efecto de la variable independiente, en esta investigación se refiere a que los estudiantes mejoran y refuerzan sus conocimientos básicos de geometría descriptiva. Es importante analizar de qué forma estas variables se relacionan, para en su momento determinar qué tipo de investigación se está realizando. Las variables a las que se ha hecho referencia son las que a continuación se describen:

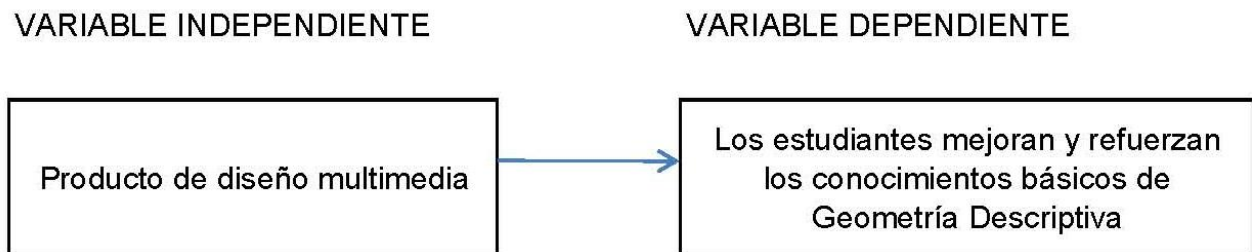


Figura 2.1 Variables.

Una vez que ya se ha precisado el planteamiento del problema y se han visualizado y determinado las variables, es posible formular hipótesis, mismas que deberán cumplir ciertos requisitos tales como referirse a una situación real, sus variables deben ser comprensibles y la relación entre ellas debe ser clara y verosímil. Con base en todo lo anterior la hipótesis general ha quedado establecida como sigue:

## **2.1 Hipótesis de la investigación**

Los estudiantes mejoraran y fortalecerán los conocimientos de temas básicos de Geometría Descriptiva adquiridos con la técnica de enseñanza tradicional, al permitir que el producto de diseño multimedia coadyuve en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Las hipótesis proponen las posibles respuestas a las preguntas de investigación y por lo tanto deben probarse; de esta forma se convierten en la guía para el desarrollo del trabajo. Llegando de esta manera a un planteamiento metodológico propio de esta investigación, mismo que aparece en la siguiente página, figura 2.2.

## **2.2 Tipo de investigación**

### **Enfoque de esta investigación**

Como menciona Hernández Sampieri (2004), existen dos enfoques esenciales para dar pie a la búsqueda del conocimiento que genera una investigación, estos son el enfoque cuantitativo y el cualitativo.

*“El **enfoque cuantitativo** utiliza la recolección y el análisis de datos para contestar preguntas de investigación y probar hipótesis establecidas previamente, y confía en la medición numérica, el conteo y frecuentemente en el uso de la estadística para establecer con exactitud patrones de comportamiento en una población. Hernández Sampieri (2003:5).*

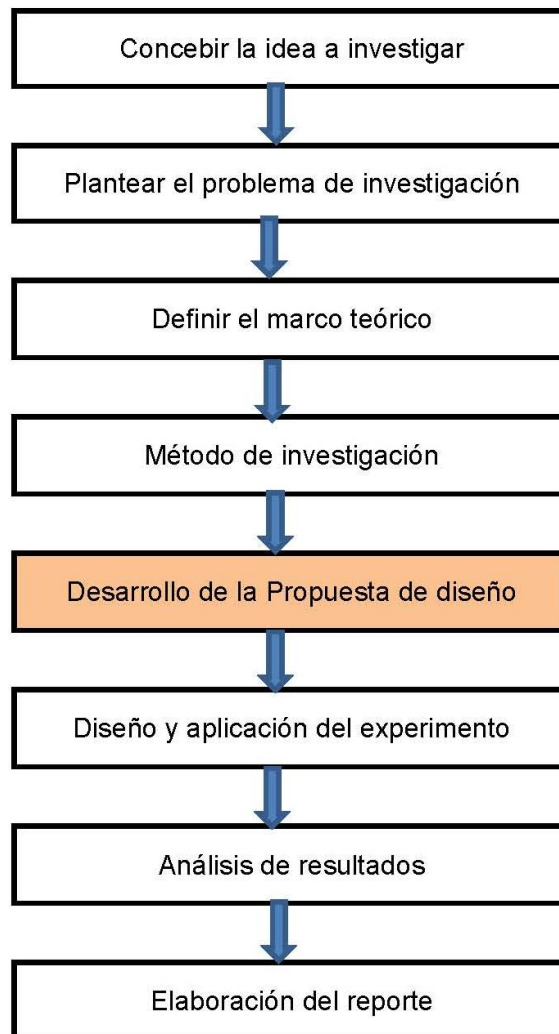


Figura 2.2 Metodología de esta investigación.

Considerando las características del enfoque cuantitativo y observando las particularidades propias de esta investigación, se confirma que lo que predomina en esta investigación es el enfoque cuantitativo, ya que:

- Existe una realidad que se pretende dar a conocer.
- Se hace referencia a la idea inicial y a partir de ella se plantean las preguntas de investigación.

- Se proponen las hipótesis y las variables.
- Se desarrolla un plan para probar las hipótesis.
- Se procede a medir y analizar los resultados obtenidos para llegar a las conclusiones.

Cabe mencionar que se da un enfoque cuantitativo a la investigación cuando se hace énfasis en:

- Utilizar la recolección y el análisis de datos para contestar preguntas de investigación.
- Probar hipótesis previamente establecidas.
- Confiar en una medición numérica a través del conteo y el uso de la estadística para establecer con exactitud patrones de comportamiento en una población o muestra.

### **Alcance de esta investigación**

Ya establecido el enfoque de la investigación, el siguiente paso consiste en determinar cuál será su tipo o alcance.

Gómez (2006) afirma que *“Del alcance del estudio depende la estrategia de la investigación, los datos que se recolectan, la manera de obtenerlos, el muestreo y otros componentes del proceso de investigación”*.

Danhke (1989) mencionado en Gómez (2006), al hacer mención del alcance en los estudios de una investigación, afirma que estos se dividen en: exploratorios, descriptivos, correlacionales y explicativos.

Respondiendo a las preguntas de investigación y observando la relación que existe entre las variables Figura 2.1, se aprecia que esta investigación es de tipo **Correlacional**, cuyo propósito es comprobar la relación que existe entre las variables involucradas, valiéndose de la observación de cómo se comportan y relacionan entre sí. Dicha relación se ve reflejada en la hipótesis ya mencionada, misma que tendrá que probarse junto con las hipótesis particulares.



### 2.3 Selección y tamaño de la muestra

De acuerdo a los objetivos y al tipo de investigación, se consideró conveniente seleccionar los elementos de los cuales se recopilaran los datos para, como menciona Pardinas (1996) poder hacer válida la hipótesis. A esta selección se le llama muestreo, el cual consiste en tomar una muestra *probabilística*, en la que “*todos los elementos de la población tienen la misma posibilidad de ser escogidos*” Hernández Sampieri, (2003).

A partir de lo anterior se analizaron los siguientes conceptos:

- *Criterios de inclusión*, alumnos de la UAM A que cursan en el trimestre 10-I la UEA Geometría Descriptiva II en las licenciaturas de diseño y que cursaron en el ciclo 09-O la UEA de Geometría Descriptiva I.
- *Criterios de exclusión*, alumnos de la UAM A que reprobaron la UEA de Geometría Descriptiva I el trimestre 09-O y los que no han cursado la UEA Geometría Descriptiva I.
- *Muestra*<sup>5</sup>, elementos seleccionados para medir ciertos factores que determinen la validación y comprobación de la hipótesis, en esta investigación se hará referencia a un grupo determinado de alumnos de Geometría Descriptiva II, en el grupo DBT-03 trimestre 10-I. Se eligió este grupo en forma aleatoria, (la distribución de grupos por profesor se realiza de manera aleatoria), el grupo elegido ya contaba con conocimientos básicos de geometría descriptiva impartidos en su primer trimestre por distintos profesores sin el uso de las TIC, dado que se está haciendo mención a un grupo de segundo trimestre. Se determinó dividir la muestra en dos subgrupos que llamaremos grupo A piloto y grupo B control. La importancia de trabajar con dos subgrupos es hacer comparaciones entre uno y otro, antes y después de la aplicación del producto de diseño. Esto es una correlación entre los dos subgrupos.
- *Grupo A piloto*, a este grupo se le facilitó el reforzamiento de temas básicos de manera tradicional y además tuvo acceso a la aplicación del producto de diseño.

---

<sup>5</sup> Cuando el enfoque de la investigación es cuantitativo, Sampieri (2003:302) afirma que Muestra es un subgrupo de la población del cual se recolectan los datos y debe ser representativo de dicha población.

- *Grupo B control*, a este grupo solamente se le facilitó el reforzamiento de temas básicos de manera tradicional sin tener acceso a la aplicación del producto de diseño.
- En cuanto al tamaño de la muestra, esta se limitó a 24 personas, el grupo citado contaba con 31 alumnos inscritos, de los cuales solo se consideraron 24 que asistieron el día que se dio inicio a la validación. Esta muestra se dividió en grupo A y grupo B, contando con 12 personas en cada grupo. Cabe mencionar que esta subdivisión se realizó también en forma aleatoria, sin distinción alguna de los participantes.

## 2.4 Selección del instrumento

Si bien sabemos que la aplicación más directa de la Geometría Descriptiva radica en los trazos o dibujos, aún así se eligió como instrumento el cuestionario por razones de tiempo. Dado que se trataba de evaluar diversos temas ya antes mencionados, se consideró el tiempo que cada estudiante tendría que invertir para realizar los trazos, y así se llegó a elegir un cuestionario en el que se lograran englobar los principales conceptos que se aplican y manejan en el momento de realizar los trazos, logrando a la vez con esto que el estudiante llegue a un razonamiento tal, en el que pueda verbalmente describir los trazos que supuestamente ya conoce, situación que exige ciertos procesos mentales. Cabe mencionar que no era conveniente descartar por completo los trazos, así que debía elegirse un instrumento de medición donde se manejara la abstracción mental de conceptos y también los trazos de manera clara y sencilla.

Hernández Sampiere (2003), menciona que un instrumento de medición debe reunir dos requisitos esenciales: confiabilidad y validez.

*“Un instrumento de medición adecuado es aquel que registra datos observables que representan verdaderamente los conceptos o las variables que el investigador tiene en mente. En*

*términos cuantitativos: capturo verdaderamente la “realidad” que deseo capturar”*. Hernández Sampieri (2003:345).

El instrumento diseñado para efectos de esta investigación, tiene confiabilidad, pues ésta va en función del número de preguntas que incluya el instrumento de medición y el tipo de instrumento elegido. En esta investigación se hace referencia al *cuestionario*, que “*consiste en un conjunto de preguntas respecto a una o más variables a medir*”, Hernández Sampieri (2003:391). Se considera que tiene validez ya que el cuestionario generado es sobre el conocimiento de los conceptos básicos de geometría descriptiva y eso es lo que mide: conceptos básicos de geometría descriptiva.

El cuestionario se planteó de la siguiente manera:

- Se da una instrucción clara sobre la manera de responder.
- Preguntas 24 y una instrucción para realizar dos trazos, todo lo anterior con relación a conceptos básicos de Geometría Descriptiva. De tal forma que el cuestionario tiene un valor total de 26 puntos.
- Las preguntas de 1 a 2 son con relación a la división espacial en cuadrantes que maneja la Geometría Descriptiva.
- Las preguntas de 3 a 4 sobre los sistemas de dibujo europeo y americano.
- Las preguntas de 5 a 9 sobre el concepto de montea.
- Las preguntas 10 a 13 y la 16 sobre el punto en el espacio y sus proyecciones en el cuadrante uno haciendo referencia al sistema europeo.
- Las preguntas de 17 a 19 y la 22, relacionadas con la recta, sus posiciones en el espacio y sus proyecciones haciendo referencia al sistema europeo.
- Las preguntas 20 a 21, relacionadas con el concepto de verdadera forma y magnitud.
- Las preguntas de 23 a 24, en general sobre las proyecciones de un objeto en el espacio.

- En el número 25, más que pregunta es una instrucción que corresponde a dos trazos o aplicación de un concepto básico y específico de Geometría Descriptiva, relacionado con la monea y el isométrico.
- Las preguntas de 1 a 24 son de opción múltiple, cada una de ellas, con cuatro alternativas de respuesta (*a, b, c, o d*), de entre las cuales el estudiante debe elegir la que le parezca correcta. En el pregunta 25 se da la instrucción clara de realizar un trazo específico lo que permite una evaluación también muy específica, con valor de dos puntos.

Cuestionario aplicado:

**EVALUACIÓN DIAGNOSTICA DE CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA DESCRIPTIVA.**

**ALUMNO** \_\_\_\_\_

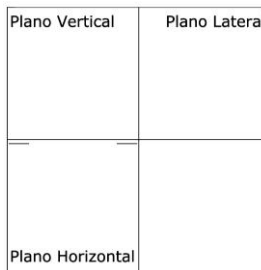
**TRIMESTRE** \_\_\_\_\_ **CARRERA** \_\_\_\_\_

Selecciona la respuesta más adecuada.

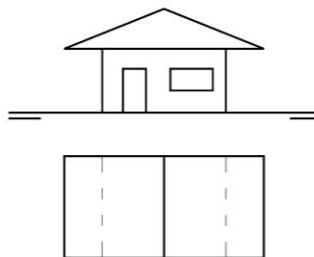
1. Con base en la Geometría Descriptiva ¿cómo es conveniente dividir el espacio para su estudio?
  - a. En dos cuadrantes.
  - b. En cuatro octantes.
  - c. En cuatro cuadrantes.
  - d. No es necesario dividirlo.
2. En la intersección de un plano vertical y uno horizontal, se forma una línea llamada de . . .
  - a. Horizonte
  - b. Intersección.
  - c. Proyección.
  - d. Tierra.
3. En dibujo de acuerdo al cuadrante utilizado existen los sistemas de proyección, uno recibe el nombre de sistema Americano y el otro es llamado sistema. . .
  - a. Mixto.
  - b. Europeo.
  - c. Mexicano.
  - d. Universal.
4. En dibujo, el Sistema Europeo es aquel en el que se trabaja en el cuadrante. . .
  - a. IV
  - b. VIII
  - c. I
  - d. III

5. De los siguientes enunciados cual es el que define adecuadamente "montea".
  - a. Representación bidimensional de los planos de proyección desplegados.
  - b. Espacio libre comprendido entre dos semiplanos que son perpendiculares entre sí.
  - c. Plano considerado auxiliar y que se encuentra ubicado en el origen.
  - d. Representación bidimensional de un objeto.
6. En una montea se representan:
  - a. Objetos dibujados.
  - b. Proyecciones del objeto.
  - c. Isométricos del objeto.
  - d. Objetos en el espacio.
7. Los dos segmentos de línea, debajo y en los extremos de la línea de tierra, indican el plano de proyección . . .
  - a. Central.
  - b. Lateral.
  - c. Vertical.
  - d. Horizontal.

8. Indica a que sistema de representación pertenece la siguiente montea.
  - a. Sistema Europeo.
  - b. Sistema Mexicano.
  - c. Sistema Americano.
  - d. Sistema de la UAM.



9. Indica a que sistema de representación pertenece el siguiente dibujo.
  - a. Sistema de la UAM.
  - b. Sistema Mexicano.
  - c. Sistema Europeo.
  - d. Sistema Americano.



10. Las tres distancias que se expresan a través de tres coordenadas (x, y, z), determinan.
  - a. En que cuadrante se está trabajando.
  - b. La ubicación de un punto en el espacio.
  - c. Con que sistema se hace la representación.
  - d. La línea de tierra.

11. En Geometría Descriptiva para localizar un punto en el espacio es necesario conocer las siguientes distancias básicas.
- Alejamiento de un punto a otro.
  - Profundidad vista desde arriba.
  - Profundidad, Altura y Alejamiento.
  - Alturas proyectadas en el plano de proyección lateral.
12. La línea que va del punto en el espacio a los planos de proyección recibe el nombre de:
- Referencia.
  - Cota.
  - Escala.
  - Proyectante.
13. En la monea se representan las proyecciones de un punto unidas por líneas de:
- Proyección.
  - Reales.
  - Referencia.
  - Ejes.
14. Una proyección ortogonal es una proyección:
- Perpendicular.
  - Paralela.
  - Mixta.
  - Ninguna de las anteriores.
15. Cuantas proyecciones ortogonales tiene un punto en un plano de proyección?
- Tres.
  - Infinitas.
  - Dos.
  - Una.
16. La altura se refiere a la distancia que hay . . .
- Entre el eje vertical y el eje horizontal.
  - Entre el punto en el espacio y el plano de proyección vertical.
  - Entre el punto en el espacio y el plano de proyección lateral.
  - Entre el punto en el espacio y el plano de proyección horizontal.
17. Las rectas reciben su nombre de acuerdo a . . .
- La altura que tienen.
  - La forma que muestran en el espacio.
  - La posición con respecto a los planos de proyección.
  - El alejamiento con respecto al origen.
18. Para que una recta se proyecte en Verdadera Forma y Magnitud, ¿Como deberá estar con relación al plano de proyección?
- De la misma altura.

- b. De diferente alejamiento.
  - c. Paralela.
  - d. Perpendicular.
19. La Recta perpendicular al plano de proyección vertical, recibe el nombre de. . .
- a. Recta FrontoHorizontal.
  - b. Recta Cualquiera.
  - c. Recta Oblicua.
  - d. Recta de Punta.
20. Recta que aparece en VFM en su proyección vertical
- a. Recta Frontal.
  - b. Recta Horizontal.
  - c. Recta Lateral.
  - d. Recta de Punta
21. Recta que no tiene VFM en ninguna de sus proyecciones
- a. Todas las rectas.
  - b. Cualquier recta.
  - c. Recta Cualquiera.
  - d. Ninguna recta.
22. Si los dos puntos de la recta tienen la misma altura y el mismo alejamiento, nos referimos a. .
- a. Recta FrontoHorizontal.
  - b. Recta Vertical.
  - c. Recta Oblicua.
  - d. Recta de Punta.
23. Al hablar de la proyección horizontal, se hace referencia a la vista. . .
- a. De frente.
  - b. Desde arriba.
  - c. Desde abajo.
  - d. De perfil.
24. Al hablar de proyección horizontal y vertical, se hace referencia a. .
- a. Planta y alzado.
  - b. Vistas laterales.
  - c. Isométrico.
  - d. Perspectiva.
25. A continuación traza una recta oblicua en monea e isométrico.

### **Opinión de expertos**

Los expertos del colectivo de Geometría Descriptiva evaluaron la claridad y relevancia del cuestionario de conocimientos, dando su opinión al respecto.

Dr. Pedro Irigoyen Reyes, considerando la importancia que reviste el programa de las UEA de Geometría Descriptiva para la comprensión, manejo y entendimiento del espacio, así como la representación y resolución de problemas tridimensionales en dos dimensiones, dentro de las licenciaturas de Arquitectura, Diseño Industrial y Diseño de la Comunicación Gráfica, dado que es aquí donde el alumno inicia la comprensión de los objetos en el espacio, después de revisar las preguntas que planteó la Arq. Ma. Del Rocío Ordaz Berra y una vez planteadas y desarrolladas algunas sugerencias y recomendaciones, considero que el referido cuestionario cumple con las características necesarias para conocer el grado de conocimientos requeridos para la comprensión de los conceptos básicos para el nivel del que se menciona dicho documento.

Arq. Jaime Gregorio González Montes, a pesar de que con anterioridad se revisó el cuestionario, sugiero cambios en la redacción del reactivo 2 que quedaría más claro si: “en la intersección de planos de proyección uno vertical y otro horizontal se forma la línea llamada de . . . “. Y en el reactivo 16 si: “la altura se refiere a la distancia que hay entre . . . “

Mtra. en Arq. Ma. Antonia Guadalupe Rosas Marín, considero que deberían ser menos preguntas teóricas que se pueden cambiar por representaciones gráficas, por ejemplo: un punto en montea con datos, algunas rectas en montea, etc.

D. I. Aarón Illescas, considero que en general es un cuestionario adecuado el cual a futuro podría emplearse como base para la elaboración de un examen departamental, pero aún así hago algunas observaciones: 1 Se sugiere agregar gráficos para completar el cuestionario. 2 La revisión de la sintaxis para mejorar la comprensión del cuestionario. 3 Considero que el contenido de reactivos, ejemplifica y contiene la información básica de un curso de geometría descriptiva.



## **2.5 Metodología de aplicación**

El instrumento se aplicó en dos etapas, antes de la aplicación del producto de diseño multimedia y después de la aplicación:

1º. Tanto al grupo A piloto, como al B control, se les aplicó un cuestionario con el objetivo de hacer una “EVALUACIÓN DIAGNOSTICA DE CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA DESCRIPTIVA”. En lo sucesivo le llamaremos 1ª evaluación.

Aplicada la 1ª evaluación se facilitó a los estudiantes de ambos grupos un reforzamiento de los temas evaluados, el cual se realizó con el método tradicional. Posteriormente se solicitó al grupo B control que salieran del aula, y al grupo A piloto, que permaneció en el aula, se les fortaleció el reforzamiento con el producto de diseño multimedia que ayudó a las visualizaciones de los temas y conceptos básicos de geometría descriptiva; todo esto sucedió en la misma sesión.

2º. Posteriormente se aplicó el mismo cuestionario de la 1ª evaluación, tanto al grupo piloto como al control, con el fin de valorar si existía una mejora en los conocimientos y comprensión de los conceptos de geometría descriptiva. A ésta la llamaremos 2ª evaluación.

Los resultados obtenidos en ambos grupos y en ambas evaluaciones, permitirán conocer si el grupo piloto al que se le aplicó el diseño multimedia, obtiene o no mejores resultados, los cuales se analizarán en el capítulo 4 ANÁLISIS DE RESULTADOS, página 133. Pero antes, describiremos los objetivos, contenidos y desarrollo de la propuesta de diseño que se presenta en el capítulo siguiente.

### **Capítulo 3 PROPUESTA DE DISEÑO**

*“Las matemáticas son el alfabeto con el cual Dios ha escrito el Universo”*  
Galileo Galilei

A diferencia de otro tipo de investigaciones cuya aportación consiste en observar y describir los hechos, en ésta se pretende modificar lo observado en los alumnos por medio de la utilización de un material didáctico, el cuál fue elaborado para ese fin. El diseño y desarrollo del material fue complejo, por lo que también tiene su propio método, el cuál consistió de varias etapas que incluyen su propia investigación y desarrollo, para asegurar que los contenidos de la geometría descriptiva sean los adecuados, la presentación didáctica la apropiada para lograr un proceso de enseñanza-aprendizaje significativo para el estudiante, y la utilización de las tecnologías de la información y la comunicación fueran las convenientes para representar las ilustraciones y animaciones deseadas.

En la figura 3.1 presentada a continuación, se observan las etapas seguidas para el desarrollo de todo el trabajo de la investigación, y en la etapa denominada “desarrollo de la propuesta de diseño” se desglosan las etapas seguidas para la elaboración del producto, las cuales se explican a lo largo del capítulo y permiten expresar las fases necesarias para desarrollar otras aplicaciones del diseño, que podrían ser aprovechadas por otros profesores, investigadores o incluso alumnos que se propongan llevar a cabo un trabajo de esta naturaleza

### **3.1 Desarrollo de la propuesta de diseño**

Como se observa en la figura 3.1, dentro de este procedimiento metodológico, reitero que se incluye el Desarrollo de la Propuesta de Diseño, misma que se refiere a la producción del producto multimedia que funcionará como material didáctico para enriquecer y coadyuvar al proceso de enseñanza aprendizaje de conceptos básicos de la Geometría Descriptiva.

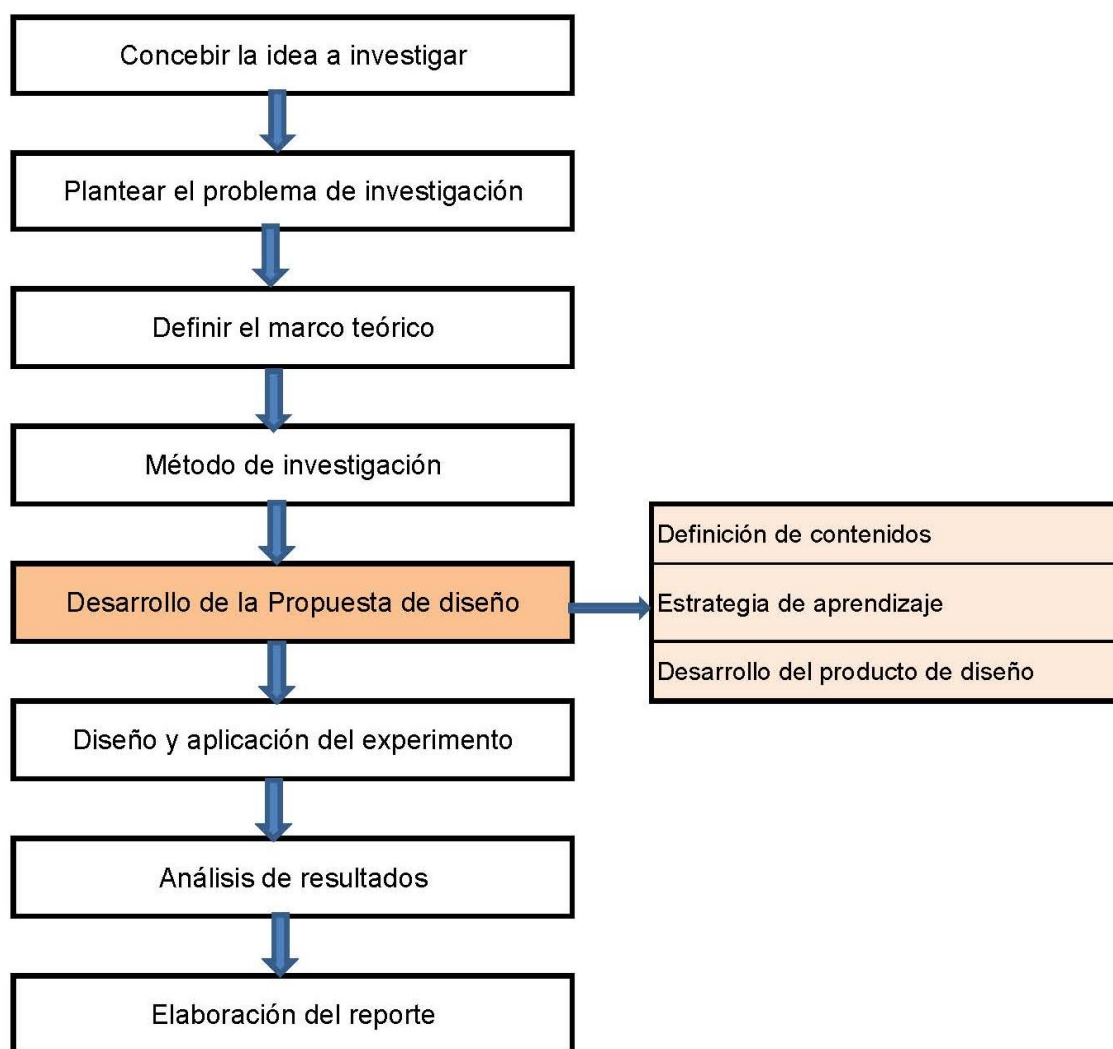


Figura 3.1 Desarrollo de la Propuesta de Diseño dentro del Proceso de Investigación de este trabajo.

### 3.2 Definición de contenidos

En cuanto a la definición y elección de los contenidos, considero necesario mencionar que sería conveniente cubrir todos los temas de la carta temática de la UEA Geometría Descriptiva I y II, pero dada la finalidad de esta investigación solo se consideró apoyar en forma específica y concreta los temas básicos que dan la pauta para lograr adentrarse con mayor facilidad al contexto de la Geometría Descriptiva. Los temas tratados son los que a continuación se presentan.

- El Triedro Cuadrangular.
- Los sistemas de representación Europeo y Americano.
- Proyecciones de un objeto tridimensional.
- El Punto en el espacio y sus proyecciones.
- La Recta en el espacio y sus proyecciones.

Dichos temas se han abordado en forma individual, por lo que cada uno corresponde a una aplicación autónoma e independiente contenida en un videoclip, que comprende la visualización necesaria para explicar cada tema.

### 3.3 Objetivo didáctico de cada tema

Una vez ya definidos los temas a desarrollar en este material, y establecidos los contenidos a comunicar, se fijaron los objetivos particulares de cada uno de los temas que es importante que el estudiante asimile, y que son:

Tema 1. El **Triedro Cuadrangular**. La importancia de este tema reside en mostrarle al estudiante que es por medio de planos como la Geometría Descriptiva divide al espacio y logra de esta forma establecer las bases para proyectar los objetos del espacio sobre planos perfectamente bien definidos y ubicados entre sí en forma perpendicular. Para reafirmar lo anterior, se han planteado objetivos y conceptos específicos para este tema, a continuación se describen:

Objetivo. El estudiante identificará y reproducirá los planos que dividen el espacio y los cuadrantes que se forman al intersectarse dichos planos.

Concepto. Representación del trazo geométrico.

Tema 2. Los **sistemas de representación Europeo y Americano**. La importancia de este tema reside en mostrarle al estudiante que si bien es cierto que en la UAM A la mayoría de los profesores que impartimos la UEA de Geometría Descriptiva,

trabajamos con el sistema europeo, existen dos sistemas; cada uno de ellos con características propias que están en función del cuadrante o triedro en el que se trabaja o en el que se verán las proyecciones de los objetos.

Objetivo. El estudiante reproducirá el triedro cuadrangular y dentro de cada cuadrante identificará el sistema que se trabaja, los planos de proyección que lo conforman.

Concepto. Representación del trazo geométrico, explicando y visualizando la relación entre el isométrico y la monea.

Tema 3. **Proyecciones de un objeto tridimensional en el espacio.** La importancia de este tema reside en favorecer en los estudiantes la visualización de un objeto tridimensional, logrando que lo relacionen con sus diferentes vistas o proyecciones las cuales se representan en la monea sobre una superficie bidimensional, ya que es de esta manera como trabaja la Geometría Descriptiva.

Objetivo. El estudiante identificará cómo se ubica y visualiza el objeto dentro de un cubo imaginario para explicar las diferentes proyecciones ortogonales del mismo.

Concepto. Representación del trazo geométrico, explicando y visualizando la proyección ortogonal.

Tema 4. El **Punto en el espacio y sus proyecciones.** La importancia de este tema reside en recordar a los estudiantes que el punto es la expresión gráfica más pequeña que hace referencia a un espacio o lugar geométrico, indicando así la posición de los objetos en el espacio, y también mostrarles que es el elemento geométrico a partir del cual los objetos inician, de ahí su importancia para posteriormente avanzar con otros conceptos.

Objetivo. El estudiante reproducirá el punto en el espacio, así como sus proyecciones en monea y en isométrico.

Concepto. El punto en el espacio. ¿Cómo lo veo en sus diferentes proyecciones?

Tema 5. La **Recta en el espacio y sus proyecciones**. La importancia de este tema reside en dar a conocer a los estudiantes, la importancia de este concepto y la relación con el elemento anterior –el punto- ya que es la recta una sucesión de puntos, de esta manera se estaría promoviendo una de las habilidades intelectuales al hacerles recordar que de igual forma, al unir tres o más de ellas se generan planos que a su vez generan volúmenes u objetos tridimensionales.

Objetivo. El estudiante reproducirá la recta en el espacio, en sus diferentes posiciones, así como sus proyecciones en monea y en isométrico.

Concepto. La recta en el espacio. ¿Cómo veo sus proyecciones de acuerdo a la posición que tiene en el espacio?

### 3.4 Estrategia de aprendizaje

La estrategia de aprendizaje que se propone en esta investigación, va en relación a una metodología de uso del producto de diseño multimedia. Dado que la intención de esta investigación tiene como objetivo generar la construcción del conocimiento propio de cada estudiante, se vuelve relevante el uso y la aplicación del producto. Para tal efecto se proponen los siguientes pasos, mismos que a continuación se detallan:

1. Es recomendable como actividad previa, que el estudiante investigue en forma mínima el tema a tratar en la siguiente clase. Esto con el objeto de que genere la construcción estratégica de su propio conocimiento, dado que al obtener información general del tema tendrá la posibilidad de detectar si éste es nuevo y en ese momento será su primer contacto con el mismo, o si por el contrario ya ha conocido el tema con anterioridad, entonces podrá realizar un andamiaje con los conocimientos previos.
2. Al tratar el tema dentro del aula, se dará en forma tradicional: sobre el pizarrón, con escuadras, en 2D, forzando con esto al estudiante a generar su propio proceso mental de visualización espacial.

3. Se proporcionará al estudiante el refuerzo del conocimiento con el material del producto de diseño multimedia, el resultado en esta etapa consistirá en que si el estudiante ya comprendió y asimiló el tema, el producto hará las veces de refuerzo del conocimiento. En el caso de que el estudiante aún no comprenda el tema, el producto le dará mayor claridad en cuanto a tridimensionalidad espacial. Queda claro que de una u otra forma el producto de diseño multimedia tendrá un valor importante para la generación del conocimiento en cada uno de los estudiantes.
4. Dado que el material didáctico se ubicará dentro del aula virtual, tendrá una doble función de reforzamiento, ya que el estudiante tendrá acceso a él siempre que tengas dudas o necesite ampliar sus conocimientos.

### **3.5 Desarrollo del producto de diseño**

Este desarrollo se genera una vez que se ha definido el problema de diseño y determinado los contenidos a tratar en la propuesta. Es a partir de la definición de los temas a desarrollar, que se plantearon las teorías que van a proporcionar la estrategia a seguir para lograr el apoyo cognitivo y ha quedado establecido claramente que debe ser un material que se apoye en las TIC. Posteriormente se procedió a realizar una guía de producción.

Esta guía consiste en hacer algunas indagaciones sobre software y a partir de ahí, seleccionar qué programas son los adecuados para lograr los espacios y elementos tridimensionales que el estudiante necesita visualizar, además de plantear cómo y en qué medida es conveniente dicha visualización. Al hablar de aplicaciones donde se involucran las TIC, es importante hacer mención de la interfaz, entendiéndose como aquello que enlaza al usuario (estudiante) con la aplicación (producto de diseño), aún cuando ésta no sea de interacción por parte del estudiante, dado que en esta investigación no es el propósito que el estudiante interactúe, sino que observe y absorba los conocimientos que le sean necesarios para desarrollar su visualización



espacial y con esto coadyuvar en el proceso de aprendizaje de cada tema visto en el curso presencial de Geometría Descriptiva. De esta forma la información recibida y procesada servirá al estudiante como un estímulo y una guía para complementar el conocimiento.

Al hacer mención de la visualización espacial que las TIC ofrecen, considero que es importante aclarar que la postura de esta investigación es otorgar el valor correspondiente tanto a la representación manual que es la portadora de los conceptos de geometría descriptiva, como a las TIC, haciendo una referencia específica del CAD (*Computer-aided design*, Diseño asistido por computadora) que es portador únicamente de las visualizaciones tridimensionales.

Las herramientas para el desarrollo del producto multimedia son parte de los sistemas CAD, específicamente se utilizó AutoCad para realizar todo el modelado tridimensional de los conceptos manejados, y para la visualización tridimensional así como para los renderizados y animaciones el apoyo fue con 3D Max, (anteriormente llamado 3D Studio Max) y finalmente para la integración total de las aplicaciones y con la finalidad de que el producto sea compatible en cualquier plataforma, se generaron los video clips, esto se hizo salvando los renderizados como archivos AVI, que finalmente se convirtieron a formato MOV.

A continuación se explica paso a paso la metodología con base en las TIC, para llegar al producto final de diseño. Se intenta exponer el proceso general, tomando como base uno de los temas, pues aún cuando en cada uno de ellos el contenido es diferente, la metodología y los pasos secuenciales son prácticamente los mismos. El tema que se presenta es el Punto, haciendo mención únicamente a los pasos a seguir, sin embargo no se indican los comandos utilizados en su totalidad, ya que es importante recordar que la intención de este apartado no es hacer un tutorial de cada programa, sino únicamente mostrar el desarrollo seguido para llegar a la propuesta de diseño del producto multimedia. El desarrollo se llevó a cabo en cuatro etapas.

1. Auto Cad, para el modelado tridimensional.
2. 3ds Max, para animaciones y renderizados.

3. Archivos tipo AVI, formatos de archivo contenedor de audio y video.
4. Archivos MOV, formato de archivo para subirlos al aula virtual.

### **Auto CAd, modelado tridimensional**

El Auto Cad es un programa de diseño asistido por computadora para dibujo en 2 y en 3D, al igual que otros programas de Cad, procesa imágenes de tipo vectorial, aunque admite incorporar archivos de tipo fotográfico o mapa de bits. Este programa permite organizar los objetos dibujados por medio de capas - *layer*- logrando así, organizar el dibujo en partes independientes. La extensión de sus archivos es .dwg, pero permite exportar en otros formatos.

Los pasos seguidos para el desarrollo del producto son:

1. Se generaron desde el primer módulo los planos para dividir el espacio, llegando así a lo que posteriormente se llamará Triedro cuadrangular. Aunque tienen apariencia de planos, en realidad son volúmenes ya que tienen espesor que se logra con el comando extrude, esto fue a consecuencia de que al utilizar planos, se perdía la calidad de la representación.

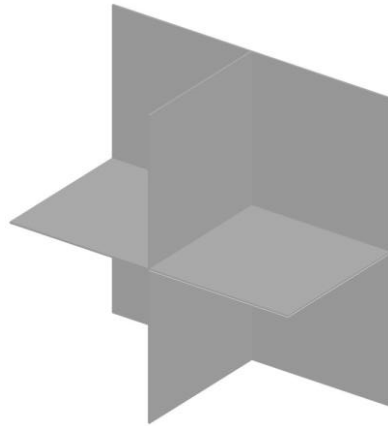


Figura 3.2 Planos perpendiculares formando el Triedro Cuadrangular.

2. Generación del punto en el espacio, para lograr el efecto de tridimensionalidad, se utilizó una esfera de las figuras primitivas que el programa maneja por default.

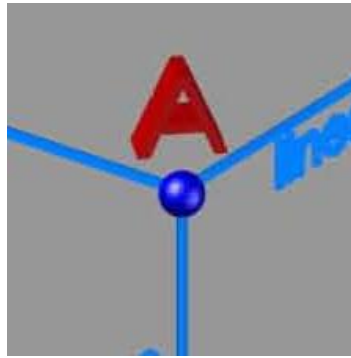


Figura 3.3 Detalle de El punto en el espacio representado por una esfera.

3. Se trazaron las líneas de proyección hacia cada uno de los planos de proyección. Al mismo tiempo se fueron generando los textos necesarios, los que se agregaron con el comando texto. Es importante mencionar que a todos los textos se les dio un tratamiento de extrude letra por letra para convertirlos en volumen, esto se hizo casi de manera artesanal, pues es importante recordar que el texto es una entidad, no un objeto, y por lo tanto en escenas tridimensionales es casi imperceptible, para esto se redibujó con polilínea letra por letra para aplicar el extruido. Fig. 3.5

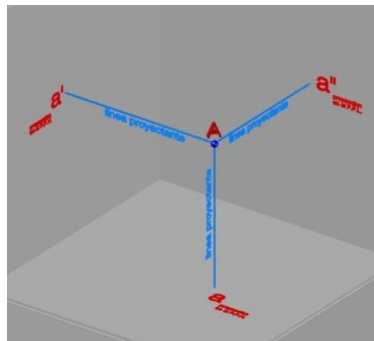


Figura 3.4 Líneas de proyección de El Punto en el espacio.



Figura 3.5 Detalle de la volumetría del texto.

4. Trazo de las líneas de referencia con sus respectivos letreros y con las proyecciones del punto A en cada uno de los planos de proyección. En la Figura 3.6 se aprecia el detalle de una de las proyecciones del punto, donde se puede observar que también está modelado en 3D, al igual que las entidades que representan a las líneas de proyección y de referencia.

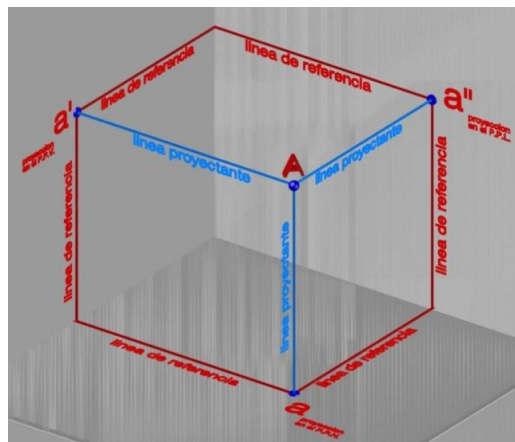


Figura 3.6 Líneas de referencia y letreros

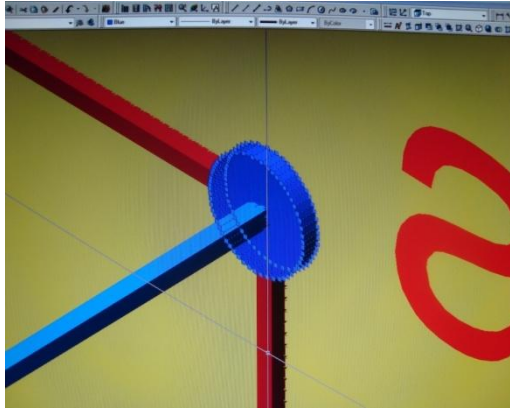


Figura 3.7 Detalle de la volumetría en una de las proyecciones de El Punto en el espacio.

5. Se generaron los textos que dan nombre a los cuadrantes, a los planos de proyección, así como los ejes  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , utilizando para estos últimos figuras primitivas que el programa maneja por default (Figura 3.9), estos son el cilindro y el cono. Cabe mencionar aquí que la decisión de nombrar a los ejes fue personal, sin omitir que el orden de las coordenadas no debe variar ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ). En la figura 3.7 se observa la tridimensionalidad del punto y sus proyecciones.

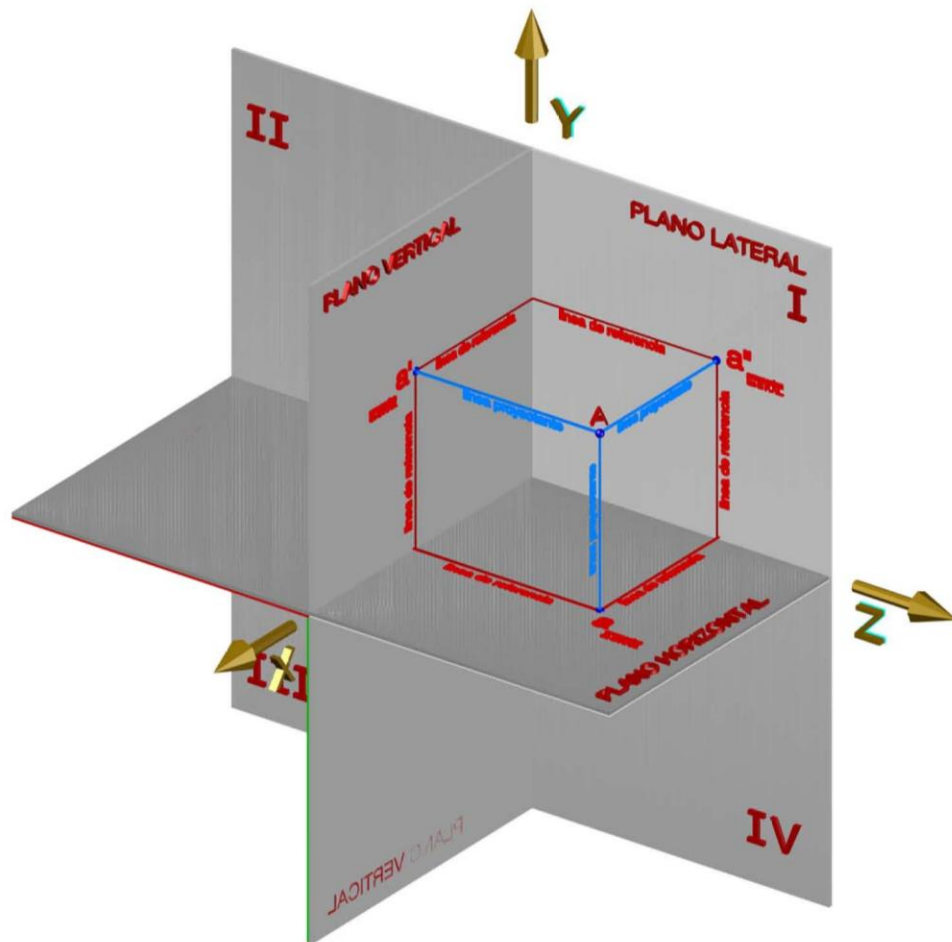


Figura 3.8 El Punto en el espacio y sus proyecciones.

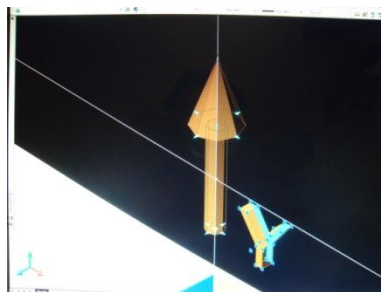


Figura 3.9 Detalle de los ejes.

6. Al observar que la imagen casi monocromática no era tan atractiva para los estudiantes, se decidió dar el acabado a los planos de proyección del cuadrante I, que es donde se está trabajando. Al mencionar acabado se hace referencia al

color, para lo cual se agrega un plano sobre el volumen generado que forma el triedro. Se eligieron para tal efecto los colores primarios, de esta forma la apariencia del modelo 3D es la que aparece en la figura 3.10.

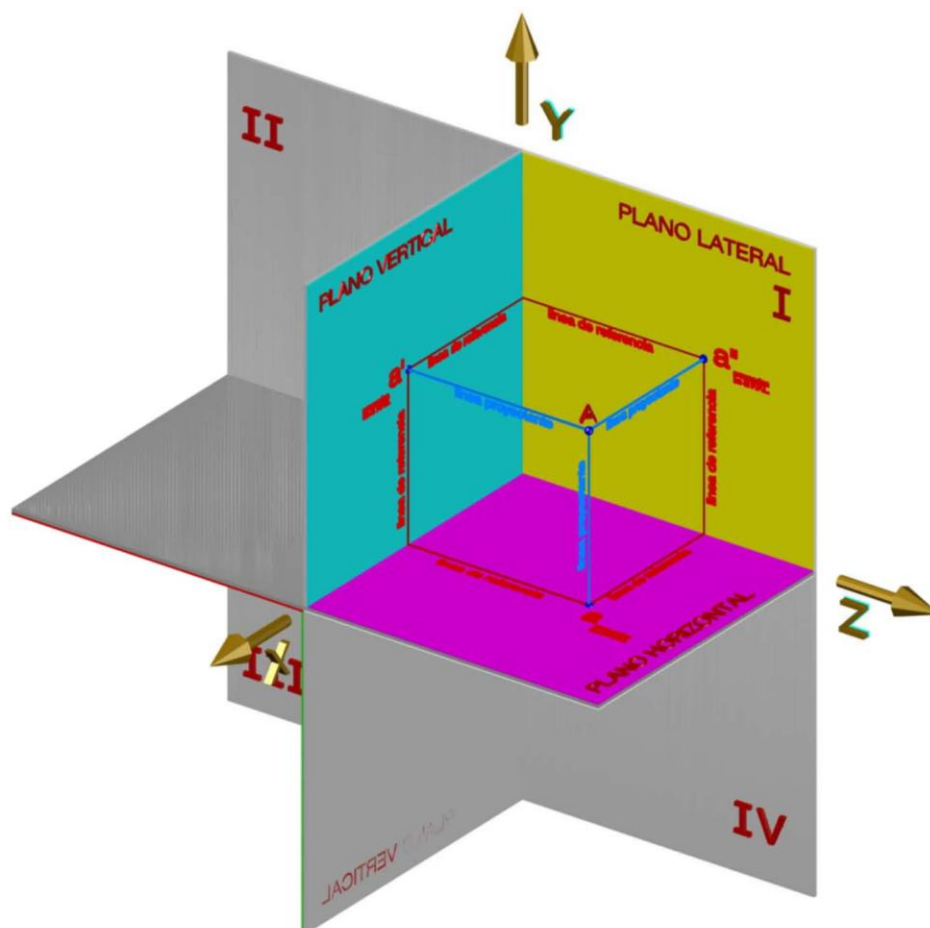


Figura 3.10 Apariencia final de El Punto en el espacio y sus proyecciones.

Para trabajar con programas de modelado tridimensional como es Auto Cad 3D, es necesario contar con la habilidad de pensamiento tridimensional, y esto se logra desarrollar haciendo de la Geometría Descriptiva una herramienta para manejar y conceptualizar el espacio.

En la interfaz que presenta Auto Cad al momento de modelar objetos en 3D, se manejan proyecciones de los objetos, mismas que se trabajan en una montea trazada a mano, así como la volumetría representada por un isométrico. Figura 3.10.

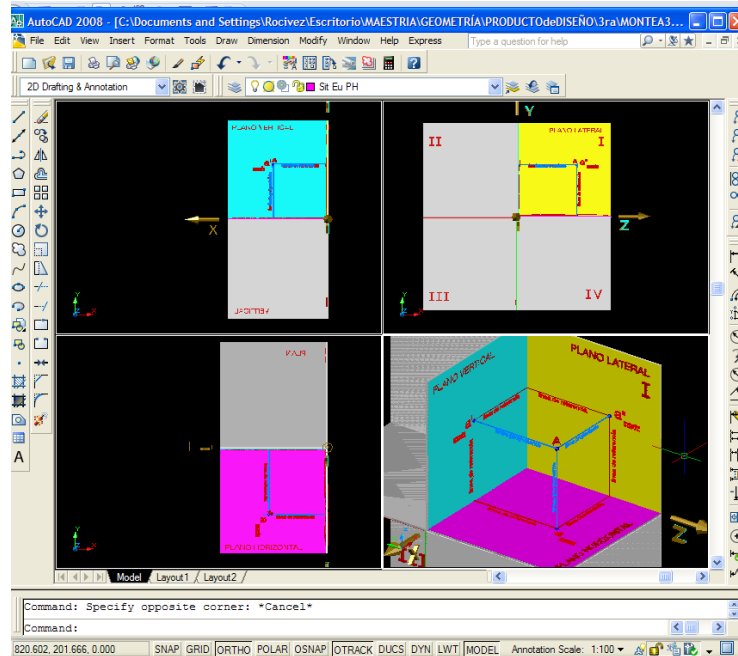


Figura 3.11 Interfaz para modelar objetos en 3D.

Finalmente se agregaron los letreros y simbología que describe el sistema de dibujo de acuerdo al cuadrante utilizado. En la figura 3.11 se muestra el triedro en una vista frontal.



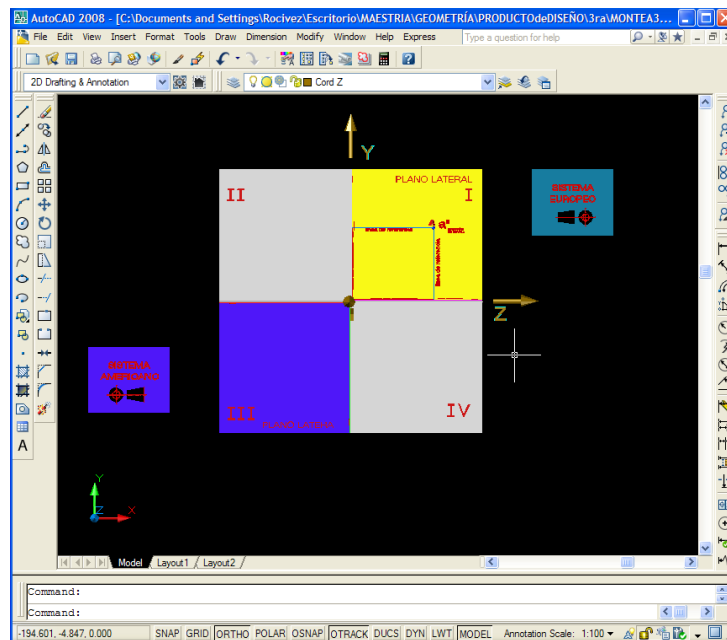


Figura 3.12 Vista frontal del Triedro Cuadrangular.



Figura 3.13 Letrero del sistema Europeo en vista frontal.



Figura 3.14 Letrero del sistema Europeo en isométrico.

Una vez modelados en Auto Cad 3D todos los objetos requeridos, es importante que cada uno de ellos se ubique en un *layer*, ya que aún cuando parece que es complicado manejar tantos *layers* o capas, el paso siguiente es exportar el archivo completo al programa 3D Max, mismo que toma como una sola entidad a todos los objetos que aparecen en un mismo *layer*. Para realizar este objeto del tema El Punto se generaron 43 *layers*.

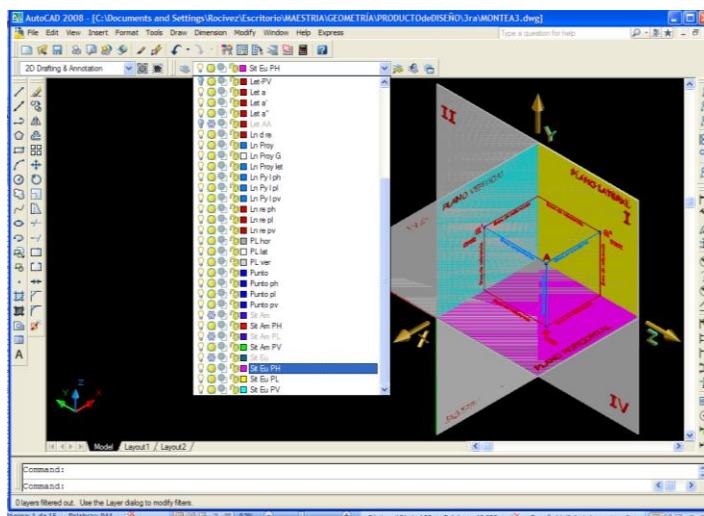


Figura 3.15 Ventana de *layers* desplegada.

Antes de exportar a 3D Max, es importante tener modelados en Auto Cad todos los objetos que queremos visualizar, ya que aún cuando se pueden crear en 3D Max, se trazan y modelan con mayor precisión en Auto Cad. Otro aspecto importante que no se debe olvidar es que todos los *layer* deben estar encendidos.

### 3ds Max, renderizados<sup>6</sup> y animaciones

3ds Max, es uno de los programas de gráficos y animación 3D más utilizados, desarrollado por Autodesk. Dispone de una sólida capacidad de edición, una omnipresente arquitectura de *plugins* y una larga tradición en plataformas Microsoft Windows. Es utilizado en mayor medida por desarrolladores de videojuegos, por sus efectos especiales, aunque también en el desarrollo de proyectos de animación como lo es el producto de diseño multimedia de esta investigación. En este proyecto básicamente se tienen 3 etapas:

- a) Animación o movimiento de los objetos
- b) Animación de la cámara para el recorrido
- c) Aplicación de las luces.

<sup>6</sup> Del inglés rendering. Hace referencia al proceso de generar una imagen 2D, o una animación en 3D, a partir de un modelo, usando una aplicación de computadora. <http://es.wikipedia.org/wiki/Renderización> Junio 3, 2010.

Los pasos seguidos para el desarrollo del producto son:

a) Animación o movimiento de los objetos.

1. El primer paso es importar el archivo generado en Auto Cad, esto puede variar, según las versiones de ambos programas que han sido utilizados. En la versión 7 que es en la que se desarrollo este producto el proceso es el siguiente:

- En File/file link Manager
- Dar ruta completa del archivo
- Indicar en qué unidades se desea trabajar y traer el archivo.

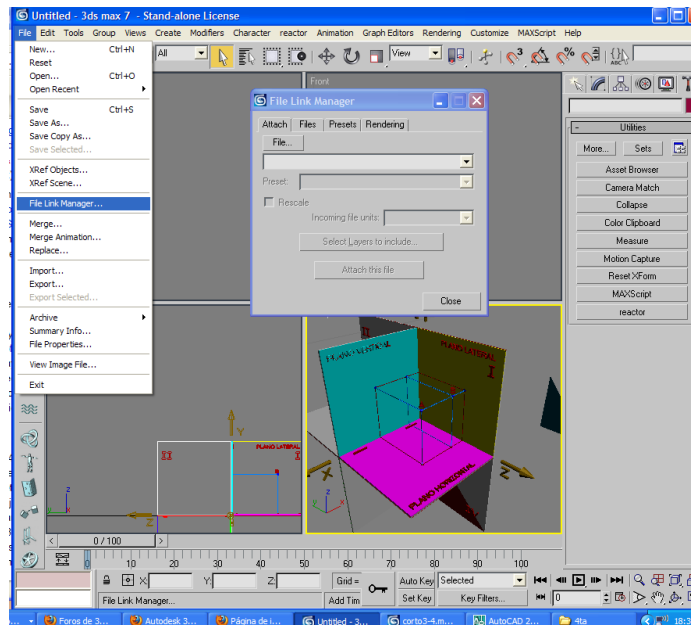


Figura 3.16 Interfaz para importar un archivo.

2. Una vez que se tiene el archivo en 3ds max, se verifica que las normales de los objetos sean todas positivas, esto es las caras o planos que conforman los objetos tienen un lado positivo donde se puede aplicar la textura deseada, es posible que algunas de ellas queden hacia adentro del objeto, si es así es necesario cambiarlas.

Es importante mencionar que al igual que en Auto Cad, por ser programas de 3D o modelado, se puede trabajar en una pantalla dividida en 4 secciones donde se

visualizan 3 diferentes vistas del objeto –desde arriba en proyección horizontal *Top*, de frente en proyección vertical *Front*, en proyección lateral *Left* y un isométrico-. En cada una de ellas se pueden aplicar diferentes instrucciones como el zoom, el paneo, la rotación, entre otras.

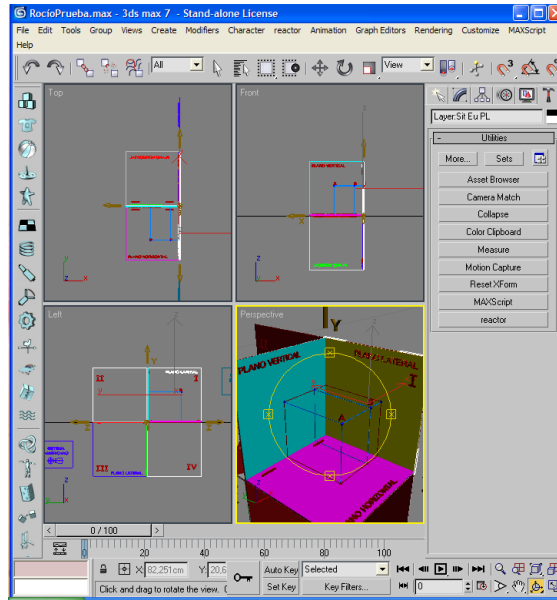


Figura 3.17 Interfaz donde se muestran 3 proyecciones y un isométrico.

3. Habiendo verificado que cada objeto a animar se encuentre en forma independiente, se inicia el proceso para la animación, en la que es necesario programar los tiempos, en este programa se necesitan 30 cuadros para animar un segundo. Es en el *trackbar* o línea de tiempo donde se verá reflejado lo anterior.

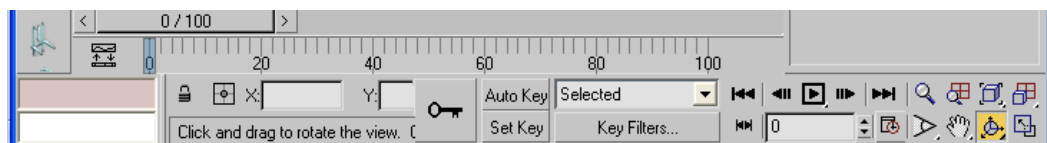


Figura 3.18 Línea de tiempo *trackbar*.

Lo que se observa en pantalla es nuestro escenario donde se van a mover los objetos, por lo que de acuerdo a la dinámica del propio proyecto si es necesario

que un objeto aparezca en cierto tiempo y posteriormente desaparezca, es conveniente que dicho objeto esté fuera del escenario, y que se anime en un tiempo muy corto para que no pueda verse el recorrido de su trayectoria. Una vez definido el objeto a animar, se debe tener claro el número de cuadros o escenas que tardará el movimiento de dicho objeto. Recordar que en este programa, el lenguaje de programación es directo en pantalla indicando en Set Key que se dará inicio a la programación para animar, con el cursor en la línea de tiempo se da la instrucción del número de cuadros que el objeto deberá trasladarse, posteriormente se mueve el objeto al punto final.

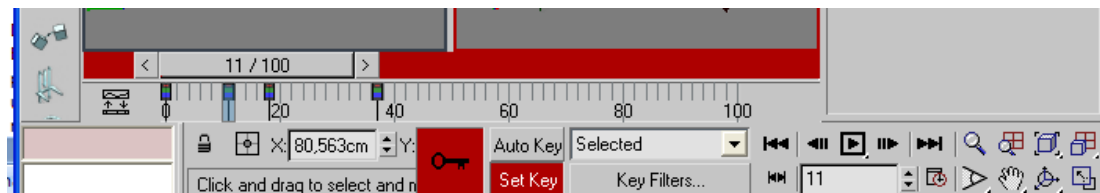


Figura 3.19 Línea de tiempo activada.

4. Dado que los objetos no están solos ni se mueven en forma aislada, es importante entender la mecánica de los pivotes, ya que son estos los que facilitan la sincronización del movimiento de dos o más objetos. Otro aspecto importante es la ubicación del pivote dentro del objeto, así como la alineación del pivote al otro elemento que se desea relacionar.

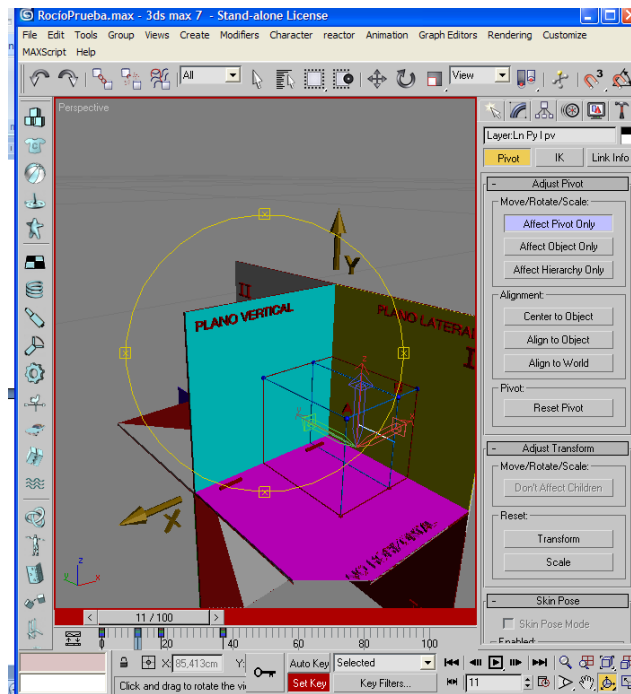


Figura 3.20 Pivote para relacionar objetos.

b) Animación de la cámara para el recorrido.

1. Dentro del menú *create*, se selecciono una cámara. Existen dos tipos *Target* y *Free*, cada una con características diferentes, para el caso de este proyecto se eligió la *Target*, ya que esta sigue una trayectoria o línea de animación que permite dar luz en todo el recorrido. En cuanto al lente, se optó por un valor de 43,456 mm, recordar que mientras mayor sea el lente, menor será el ángulo visual, ya que en este proyecto es importante no perder la volumetría sin arriesgarse a que algunos objetos se deformen.
2. Al agregar una cámara es necesario ubicarla y después arrastrar su foco dentro de la volumetría. Esto significa que en cuanto a las cámaras es importante considerar dos movimientos, uno el del lente y otro el que marca el recorrido. Este último es el que debe animarse de acuerdo a un guión donde ya se han establecido los tiempos de duración de cada escena, para efectos de este producto de diseño se consideró que cada movimiento debería durar

3 segundos. Una cámara es un objeto más que debe animarse de la misma forma que los otros.

En la figura 3.21 se aprecian los recorridos de las cámaras utilizadas en este trabajo.

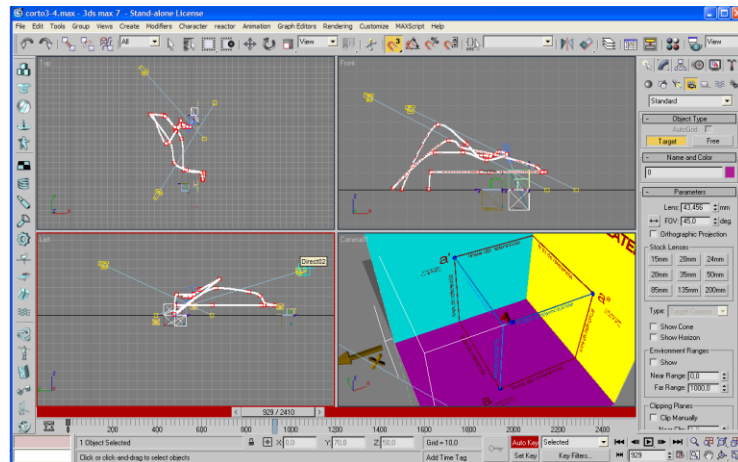


Figura 3.21 Recorrido de las cámaras.

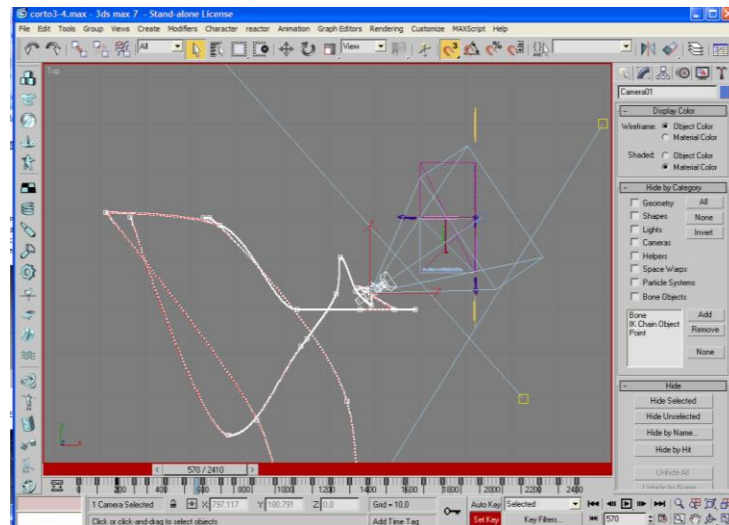


Figura 3.22 Interfaz donde se aprecia el lente de la cámara.

### c) Aplicación de las luces.

Se seleccionó también dentro del menú *create* una luz, la *Target Direct*, se eligió esta debido a que es una luz natural, con rayos parecidos a la luz del sol pues

son paralelos entre sí. Al seleccionar las luces es importante observar la luminosidad y las sombras, todo esto con la intención de resaltar ciertas vistas o volúmenes. Recordar que esto no puede corroborarse hasta crear el render lo cual es generar una imagen desde un modelo. El renderizado se puede hacer en forma rápida y sencilla para ir confirmando si las luces aplicadas son lo que se espera, o se puede generar y guardar como una imagen una vez que se está de acuerdo en el resultado de las luces.

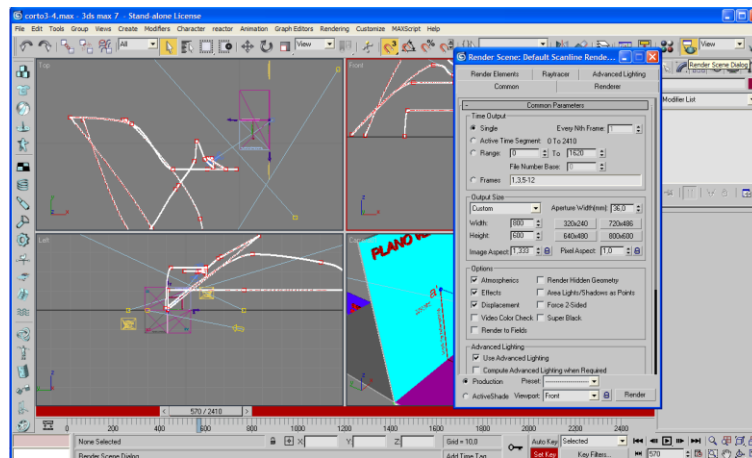


Figura 3.23 Ventana para hacer un renderizado para convertir en imagen.

## AVI, formatos de archivo contenedor de audio y video

Son siglas en ingles Audio Video Interleave, que hacen referencia a un formato de archivo contenedor de audio y video, el cual permite almacenar simultáneamente un flujo de datos de video y varios flujos de audio. El formato concreto de estos flujos no es objeto del formato AVI, lo que significa que el audio y el video contenidos en el AVI pueden estar en cualquier formato. Por ejemplo: MP3, AC3, ya que AVI es un formato contenedor; se pensó que una de las mayores ventajas de AVI es que hace compatible la animación en cualquier plataforma, (poco después al intentar subir esto archivos al aula virtual, se comprobó que no es así). Es importante mencionar aquí que el material



diseñado y propuesto para esta investigación no cuenta con audio por convenir así a la utilización del mismo.

Los pasos seguidos para el desarrollo del producto son:

1. Ya concluido todo el trabajo de 3ds Max, esto es animación de objetos y cámaras y aplicación de luces, se genera un *Render Scene*, que se refiere a renderizar muchas imágenes o cuadros para poder generar la animación.
2. Generada la animación se le da un nombre y se guarda como archivo terminación .AVI. El tiempo en renderizar está en función del peso del documento, para este producto de investigación se invirtió en algunos temas entre 8 y 10 horas.

### **MOV, formato de archivo contenedor de audio y video**

Mov, se refiere a archivos que en el sistema operativo Windows de Microsoft, están asociados a QuickTime y tienen extensión mov. QuickTime fue desarrollado por Apple y consiste en un conjunto de bibliotecas y un reproductor multimedia de alta calidad en Internet. El material multimedia después de renderizado se guardó como archivo .avi, en este formato funcionó en forma adecuada para visualizarlos dentro del aula de clases. El problema apareció al intentar subir el material al aula virtual, dado que avi no es compatible con la plataforma que se utiliza en la UAM A para las aulas virtuales, de ahí surgió la necesidad de convertir los archivos avi que Moodle no permite visualizarlos a archivos mov.

### **Moodle, Plataforma para aulas virtuales**

Lo que se conoce como Ambiente Educativo Virtual se refiere a un sistema de software diseñado para facilitar la creación de cursos virtuales. Existen diferentes plataformas de aprendizaje en línea, la utilizada en la UAM A es “Moodle”, que es *Open Source*, es decir, de libre acceso y no requiere licencia para descargarla. Fue creada por Martin Dougiamas en la Universidad Tecnológica de Curtin, en el año 2002. El nombre hace

referencia al acrónimo *Module Object-Oriented Dynamic Learning Environment* (*Entorno Modular de Aprendizaje Dinámico Orientado a Objetos*).

La filosofía planteada por Moodle incluye una aproximación constructiva basada en el constructivismo social de la educación, haciendo énfasis que tanto estudiantes como profesores deben contribuir a la experiencia educativa.

Módulos principales con los que cuenta la plataforma Moodle:

- Módulo de tareas.
- Módulo de consulta
- Módulo foro
- Módulo diario
- Módulo cuestionario
- Módulo recurso
- Módulo encuesta
- Módulo Wiki

Para poder subir material al aula virtual, este debe estar en formatos de archivos fáciles de ejecutar, de esta forma el estudiante no tendrá que descargar algún “*plugin*” o “*player*” de visualización. Los archivos recomendados para subir material en forma de texto son: .pdf, .doc, .txt . Para material de animaciones son: .mov ó .swf. Para presentaciones: .pps. Es importante mencionar que para convertirlos se utilizó iMovie, programa instalado en plataforma Mac.

El material producto de esta investigación forma parte de un curso que aún no es regular, dado que está en proceso de estructuración, por lo que se ubica en aulas experimentales.

En el siguiente capítulo se presentará el análisis de resultados.

## **Capítulo 4 ANÁLISIS DE RESULTADOS**

*“La matemática hermosa se enseña con el corazón”*

Claudi Alsina

Para validar la propuesta y el producto de diseño multimedia, es necesario comprobar que cumple con los objetivos y que las hipótesis se pueden probar mediante la aplicación de un instrumento que así lo determine.

*“La comprobación de cualquier hipótesis requiere un análisis cuidadoso de muestra que utilizaremos para poner a prueba una Hipótesis” (Pardinas, 1996:166).*

De acuerdo con Pardinas (1996), para validar en esta investigación que la hipótesis general así como las hipótesis particulares cumplen con lo establecido y se logra comprobarlas, es preciso mostrar y aplicar a los estudiantes el producto multimedia, observar su desarrollo, y así corroborar que los planteamientos de diseño que lo sustentan proporcionan lo que realmente se espera del material y, por ende, determinan su nivel de usabilidad<sup>7</sup>.

Una vez que se observó el desarrollo de los estudiantes surge la necesidad del análisis estadístico, que permita evaluar el impacto y los beneficios obtenidos por los estudiantes y determinar si este producto es útil y adecuado para coadyuvar en el proceso de enseñanza aprendizaje de conceptos básicos de Geometría Descriptiva.

### 4.1 Levantamiento de datos

Ya formulado el cuestionario en su primera versión y, antes del levantamiento definitivo de los datos, se llevó a cabo una prueba piloto o muestreo con estudiantes con características similares a la población a estudiar. La función de esta prueba fue detectar si había dudas tanto en la redacción de las preguntas, como en las posibles respuestas y en las instrucciones. También se consultó a los expertos para la revisión de contenidos de las preguntas del cuestionario, se siguieron las recomendaciones y se hicieron las adecuaciones pertinentes.

---

<sup>7</sup> Del inglés *usability*, es la facilidad con que una persona puede utilizar una herramienta particular o cualquier objeto fabricado por humanos con el fin de alcanzar un objetivo concreto.

## 4.2 Análisis e interpretación de datos

Para evaluar en forma clara lo que se ha señalado se realiza un comparativo entre ambos grupos A y B, y se hace énfasis en el alza o decremento de la puntuación y promedio obtenida por cada estudiante en la segunda etapa. También se torna interesante detectar por medio del análisis de cada pregunta, en que o cual tema los estudiantes presentan más dificultades de asimilación, dado que esto ayudará a comprobar si las hipótesis particulares se cumplen.

En la Tabla 4.1 se muestra el listado de los estudiantes de ambos grupos que participaron, así como la puntuación alcanzada y el promedio resultante, de cada una de las dos etapas.

No.	Nombre	Subgrupo	1ª EVALUACIÓN		2ª EVALUACIÓN	
			Puntuación	Promedio	Puntuación	Promedio
1	BAROJAS CURIEL MONTSERRAT G.	A piloto	21	8,08	24	9,23
2	CARDOSO CESAREO ARLETTE M.	A piloto	16	6,15	21	8,07
3	CUEVAS PAVON ANA REGINA	A piloto	11	4,23	18	6,92
4	DELGADO SPIRITU JULIO CESAR	A piloto	14	5,38	22	8,46
5	DIAZ LUSTRE ANA KAREN	A piloto	15	5,77	16	6,15
6	DIAZ PEREZ BRENDA MONSERRAT	A piloto	14	5,38	20	7,69
7	FUENTES APUD JUAN ANTONIO	A piloto	17	6,54	21	8,07
8	GALVAN HERNANDEZ ILSE ELENI	A piloto	10	3,85	19	7,3
9	GOMEZ CARDENAS SANDRA	A piloto	21	8,08	24	9,23
10	MARTINEZ ALMAZAN IVAN ISMAEL	A piloto	14	5,38	20	7,69
11	MARTINEZ GRANADOS MARIANA	A piloto	17	6,54	24	9,23
12	MENDEZ BENITEZ ROBERTO ALFREDO	A piloto	14	5,38	22	8,46
13	MONTOYA GARCIA ANA MARIA	B control	14	5,38	16	6,15
14	MORENO COLLADO MARIA FERNANDA	B control	16	6,15	18	6,92
15	MORENO TAPIA ALAN EDUARDO	B control	16	6,15	19	7,30
16	MOSQUEDA CERDA ANDREA	B control	23	8,85	25	9,61
17	NOGUEDA LOPEZ RIBANI	B control	15	5,77	17	6,53
18	RICO ROJAS ITZEL	B control	14	5,38	16	6,15
19	ROLDAN JIMENEZ MANUEL ALEJANDRO	B control	17	6,54	17	6,53
20	SORIANO GOMEZ JAVIER	B control	14	5,38	15	5,76
21	VARGAS GUICHARD YEUDITH J.	B control	18	6,92	21	8,07
22	VAZQUEZ SILVA XENIA BERENICE	B control	16	6,15	20	7,69
23	VERA VIVAR IVAN	B control	10	3,85	9	3,46
24	ZUÑIGA MONTES MARCO ANTONIO	B control	18	6,92	20	7,69

Tabla 4.1 Listado de estudiantes.

Partiendo de estos datos se procede al análisis estadístico descriptivo correspondiente, mismo que más adelante permite hacer comparaciones entre ambas etapas del experimento y ambos grupos, de esta forma se llega a las conclusiones del análisis. Para tal efecto se toma como referencia el trabajo realizado por Álvarez y González (1993:2) donde afirman:

*“Estadística descriptiva. Trata de la obtención, organización y presentación de datos relativos a hechos observados ya sea mediante tablas o bien mediante gráficas o diagramas. Se estudian también varias formas de medir y comparar estos datos”.*

A continuación se muestra el estudio referente al grupo A o grupo piloto, es importante no perder de vista que es a este grupo al que se le presentó el producto de diseño multimedia. Posteriormente se analizará al grupo B, y finalmente se hacen las comparaciones que nos llevan a las conclusiones.

#### **Grupo A, piloto.**

No.	Nombre	Subgrupo	1ª EVALUACIÓN		2ª EVALUACIÓN	
			Puntuación	Promedio	Puntuación	Promedio
1	BAROJAS CURIEL MONTSERRAT G.	A piloto	21	8,08	25	9,61
2	CARDOSO CESAREO ARLETTE M.	A piloto	16	6,15	21	8,07
3	CUEVAS PAVON ANA REGINA	A piloto	11	4,23	18	6,92
4	DELGADO SPIRITU JULIO CESAR	A piloto	14	5,38	23	8,84
5	DIAZ LUSTRE ANA KAREN	A piloto	15	5,77	17	6,53
6	DIAZ PEREZ BRENDA MONSERRAT	A piloto	14	5,38	22	8,46
7	FUENTES APUD JUAN ANTONIO	A piloto	17	6,54	23	8,84
8	GALVAN HERNANDEZ ILSE ELENÍ	A piloto	10	3,85	19	7,30
9	GOMEZ CARDENAS SANDRA	A piloto	21	8,08	25	9,61
10	MARTINEZ ALMAZAN IVAN ISMAEL	A piloto	14	5,38	21	8,07
11	MARTINEZ GRANADOS MARIANA	A piloto	17	6,54	25	9,61
12	MENDEZ BENITEZ ROBERTO ALFREDO	A piloto	14	5,38	23	8,84

Tabla 4.2 Listado del Grupo A, piloto.

**1ª Evaluación. Grupo A.** Promedios obtenidos por los estudiantes en la primera etapa, organizados en forma ascendente:

3,85	4,23	5,38	5,38
5,38	5,38	5,77	6,15
6,54	6,54	8,08	8,08

Tabla 4.3 Promedios 1ª evaluación, grupo A.

De la tabla anterior, se observan los siguientes valores:

Muestra, que es el total de alumnos participantes:  $n = 12$

Valor máximo en la tabla 4.3:  $x \text{ máxima} = 8.08$

Valor mínimo en la tabla 4.3:  $x \text{ mínima} = 3.85$

Rango de la variable:  $R = x \text{ máx.} - x \text{ mín.} = 8.08 - 3.85 = 4.23$

Amplitud del intervalo: es el rango entre el número de intervalos:

$$4.23 / 5 = 0.846$$

Intervalo		Marca de clase $X_i$	Frec. Absolutas		Frecuencias Relativas				$X_i f_i$	$(X_i - \text{media})$	$(X_i - \text{media})^2$	$f_i (x_i - \text{media})^2$
Front. inferior	Front. superior		$f_i$	$F_i$	$f_i^*$	%	$F_i^*$	%				
3,85	4,70	4,28	2	2	0,17	16,67	0,17	17,00	8,55	-1,86	3,44	6,88
4,71	5,55	5,13	4	6	0,33	33,33	0,50	50,33	20,51	-1,00	1,00	4,02
5,56	6,39	5,98	2	8	0,17	16,67	0,67	67,00	11,95	-0,15	0,02	0,05
6,40	7,24	6,82	2	10	0,17	16,67	0,84	83,67	13,64	0,69	0,47	0,95
7,25	8,08	7,67	2	12	0,17	16,67	1,00	100	15,33	1,54	2,36	4,72
			12		1,00	100,00			70,00			16,62

Tabla 4.4 Distribución de frecuencias, 1ª evaluación, grupo A.

De los datos observados en la tabla 4.4 se obtienen las medidas de tendencia central y dispersión.

- Media  $\bar{X} = \frac{\sum(f_i X_i)}{\sum f_i} = \frac{70}{12} = 5.83$
- Mediana 5.58
- Moda 5.38
- Varianza  $S^2 = \frac{\sum[f_i(X_i - \bar{x})^2]}{n} = \frac{16.62}{12} = 1.38$
- Desviación estándar  $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{1.38} = 1.17$

**2ª Evaluación. Grupo A.** Promedios obtenidos por los alumnos en la segunda etapa, organizados en forma ascendente:

6,53	6,92	7,3	8,07
8,07	8,46	8,84	8,84
8,84	9,61	9,61	9,61

Tabla 4.5 Promedios 2ª evaluación, grupo A.

De la tabla anterior, se observan los siguientes valores:

Muestra, que es el total de alumnos participantes:  $n = 12$

Valor máximo en la tabla 4.5:  $x_{\text{máxima}} = 9.61$

Valor mínimo en la tabla 4.5:  $x_{\text{mínima}} = 6.53$

Rango de la variable:  $R = x_{\text{máx.}} - x_{\text{mín.}} = 9.61 - 6.53 = 3.08$

Amplitud del intervalo: es el rango entre el número de intervalos:

$$3.08 / 5 = 0.616$$



Intervalo		Marca de clase Xi	Frec. Absolutas		Frecuencias Relativas				Xi fi	(Xi-media)	(Xi-media) <sup>2</sup>	fi (xi-media) <sup>2</sup>
Front. inferior	Front. superior		fi	Fi	fi*	%	Fi*	%				
6,53	7,14	6,84	2	2	0,17	16,67	0,17	17,00	13,67	-1,50	2,24	4,47
7,15	7,76	7,45	1	3	0,08	8,33	0,25	25,33	7,45	-0,88	0,77	0,77
7,77	8,37	8,07	2	5	0,17	16,67	0,42	42,00	16,14	-0,26	0,07	0,14
8,38	8,99	8,69	4	9	0,33	33,33	0,75	75,33	34,74	0,35	0,13	0,50
9,00	9,61	9,30	3	12	0,25	25,00	1,00	100,00	27,91	0,97	0,95	2,85
			12		1,00	100,00			99,91			8,73

Tabla 4.6 Distribución de frecuencias, 2ª evaluación, grupo A.

De los datos observados en la tabla anterior se obtienen las medidas de tendencia central y dispersión.

- Media  $\bar{x} = \frac{\sum(fi \cdot Xi)}{\sum fi} = \frac{95,97}{12} = 8,33$
- Mediana 8.65
- Moda 8.84 y 9.61
- Varianza  $S^2 = \frac{\sum[fi(Xi - \bar{x})^2]}{n} = \frac{8,73}{12} = 0,7275$
- Desviación estándar  $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{0,7275} = 0,8529$

En la siguiente tabla se analizaron los datos observados del grupo A piloto, mismo al que se le facilitó la visualización espacial con el producto multimedia.

<b>Datos observados.</b>	<b>1ª</b>	<b>2ª</b>
<b>Medidas de tendencia central y dispersión</b>	<b>Evaluación</b>	<b>Evaluación</b>
Media	5.83	8.33
Mediana	5.58	8.65
Moda	5.38	8.84 9.61
Varianza	1.38	0.7275
Desviación estándar	1.17	0.8529

Tabla 4.7 1ª y 2ª evaluaciones, grupo A.

## Interpretación y aplicación de los datos observados.

Se analizaron cada una de las medidas en relación a los datos encontrados. Se inició con las **medidas de tendencia central**, que son las que indican cómo y en qué medida dentro de la muestra los datos están juntos o centralizados:

**Media:** Es el promedio aritmético. En la tabla 4.6, se observa que en la segunda evaluación a partir de que los estudiantes tuvieron el reforzamiento dado por el profesor no solo en forma tradicional, sino además tuvieron acceso al producto de diseño multimedia, dicho promedio general subió 2.47 puntos, lo que significa un incremento del 42.36%.

**Mediana:** Es el valor que divide a la muestra en dos partes iguales, se ubica justo al acomodar los datos en forma ascendente en la parte mediana (en medio) de la muestra. Aquí el incremento es de 3.07 puntos, equivalente al 55.01%.

**Moda.** Es el dato que se repite un mayor número de veces. En la segunda evaluación existen 2 modas 8.84 y 9.61 de las que se obtiene el promedio de 9.22. Al incrementarse en la segunda evaluación significa que después del repaso con acceso al producto de diseño, los estudiantes alcanzaron un mayor aprovechamiento, dado que se repitió en mayor medida un promedio individual mayor. El incremento es de 3.84 puntos, equivalente al 71.37%.

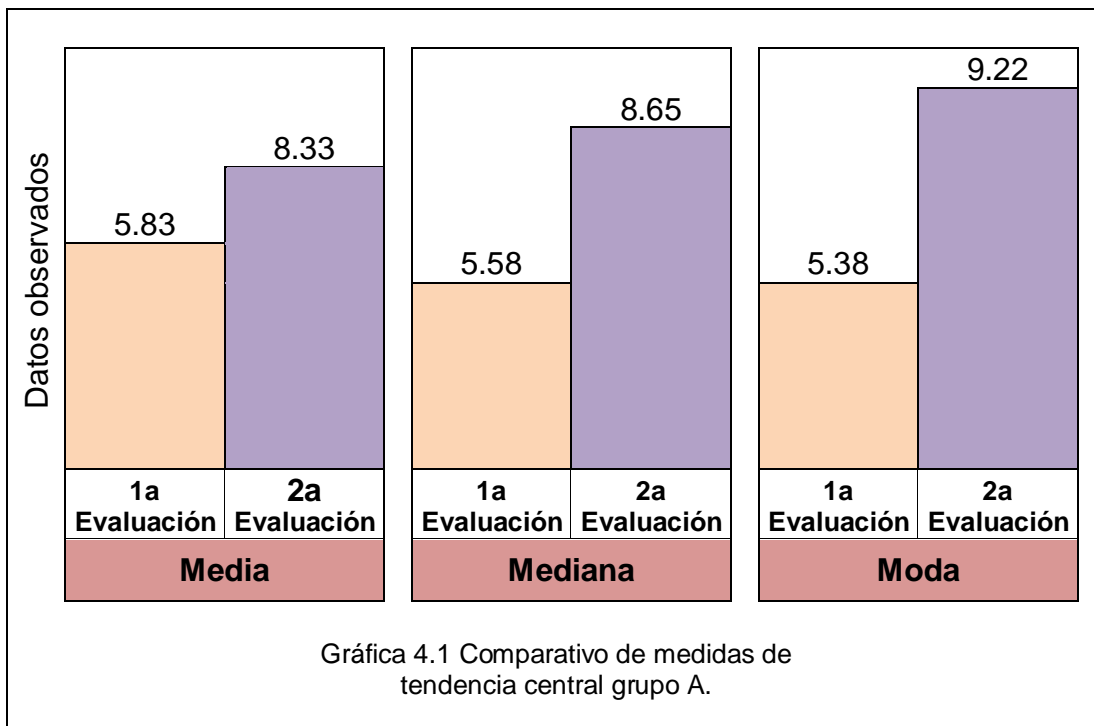
En cuanto a las **medidas de dispersión**, estas indican por medio de un número, si las diferentes puntuaciones de una variable están muy alejadas de la media. Cuanto mayor sea dicho valor, mayor será la variabilidad, cuanto menor sea, más homogénea será con relación a la media. Esto me permitirá conocer si todos y cada uno de los datos son parecidos o varían mucho entre sí.

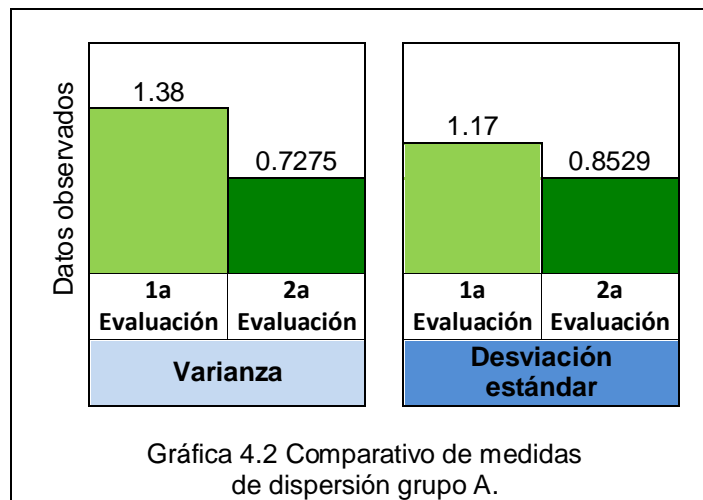
**Varianza.** Esta medida mide la propagación de los valores con respecto a un valor central que es la media, es decir el promedio de las diferencias cuadráticas de las puntuaciones respecto a su media aritmética. En la tabla anterior se observa que en la 2ª evaluación el valor de la varianza disminuyó y que la

diferencia entre ambos valores  $1.38 - 0.7275 = 0.6525$ , lo que significa que los datos están menos dispersos un 47.28 %.

**Desviación estándar.** Al medirse la varianza en unidades cuadráticas, su interpretación suele presentar cierta dificultad, por lo que se hace necesario obtener la raíz cuadrada de la varianza, así, la desviación estándar informa sobre la dispersión de los datos respecto al valor de la media, cuanto mayor sea su valor, más dispersos estarán los datos. Por el contrario si el número es menor como se muestra en la tabla 4.6, significa que es mayor el número de estudiantes que se encuentran más cercanos al promedio general del grupo. Así, la diferencia entre el valor de la 1ª y la 2ª evaluación es  $1.17 - 0.8529 = 0.3171$ , significa que la desviación estándar disminuyo un 27.10%.

Para dar mayor claridad a lo anteriormente expuesto y analizado, se generan las siguientes graficas:





### Grupo B, control.

No.	Nombre	Subgrupo	1ª EVALUACIÓN		2ª EVALUACIÓN	
			Puntuación	Promedio	Puntuación	Promedio
13	MONTOYA GARCIA ANA MARIA	B control	14	5,38	16	6,15
14	MORENO COLLADO MARIA FERNANDA	B Control	16	6,15	18	6,92
15	MORENO TAPIA ALAN EDUARDO	B control	16	6,15	19	7,30
16	MOSQUEDA CERDA ANDREA	B control	23	8,85	25	9,61
17	NOGUEDA LOPEZ RIBANI	B control	15	5,77	17	6,53
18	RICO ROJAS ITZEL	B control	14	5,38	16	6,15
19	ROLDAN JIMENEZ MANUEL ALEJANDRO	B control	17	6,54	17	6,53
20	SORIANO GOMEZ JAVIER	B control	14	5,38	15	5,76
21	VARGAS GUICHARD YEUDITH J.	B control	18	6,92	21	8,07
22	VAZQUEZ SILVA XENIA BERENICE	B control	16	6,15	20	7,69
23	VERA VIVAR IVAN	B control	10	3,85	9	3,46
24	ZUÑIGA MONTES MARCO ANTONIO	B control	18	6,92	20	7,69

Tabla 4.8 Listado del grupo B, control.

**1ª Evaluación. Grupo B.** Promedios obtenidos por los estudiantes en la primera etapa, organizados en forma ascendente:

3,85	5,38	5,38	5,38
5,77	6,15	6,15	6,15
6,54	6,92	6,92	8,85

Tabla 4.9 Promedios 1ª evaluación, grupo B.

De la tabla anterior, se observan los siguientes valores:

Muestra, que es el total de alumnos participantes:  $n = 12$

Valor máximo en la tabla 4.9:  $x \text{ máxima} = 8.85$

Valor mínimo en la tabla 4.9:  $x \text{ mínima} = 3.85$

Rango de la variable:  $R = x \text{ máx.} - x \text{ mín.} = 8.85 - 3.85 = 5$

Amplitud del intervalo: es el rango entre el número de intervalos:

$$5 / 5 = 1$$

Intervalo		Marca de clase Xi	Frec. Absolutas		Frecuencias Relativas				Xi fi	(Xi-media)	(Xi-media) <sup>2</sup>	fi (xi-media) <sup>2</sup>
Front. inferior	Front. superior		fi	Fi	fi*	%	Fi*	%				
3,85	4,85	4,35	1	1	0,08	8,33	0,08	8,00	4,35	-1,78	3,17	3,17
4,86	5,85	5,36	4	5	0,33	33,33	0,41	41,33	21,42	-0,78	0,60	2,40
5,86	6,85	6,36	4	9	0,33	33,33	0,75	74,67	25,42	0,23	0,05	0,20
6,86	7,85	7,36	2	11	0,17	16,67	0,91	91,33	14,71	1,23	1,50	3,00
7,86	8,85	8,36	1	12	0,08	8,33	1,00	99,67	8,36	2,23	4,95	4,95
			12		1,00	100,00			74,26			13,73

Tabla 4.10 Distribución de frecuencias, 1ª evaluación, grupo B.

De los datos observados en la tabla anterior se obtienen las medidas de tendencia central y dispersión.

- Media  $\bar{x} = \frac{\sum(f_i X_i)}{\sum f_i} = \frac{74,26}{12} = 6.19$
- Mediana 6.15
- Moda, para este grupo existen dos modas 5.38 y 6.15.
- Varianza  $S^2 = \frac{\sum[f_i(X_i - \bar{x})^2]}{n} = \frac{13,73}{12} = 1.14$
- Desviación estándar  $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{1.14} = 1.06$

**2ª Evaluación. Grupo B.** Promedios obtenidos por los estudiantes en la segunda etapa, organizados en forma ascendente:

3,46	5,76	6,15	6,15
6,53	6,53	6,92	7,3
7,69	7,69	8,07	9,61

Tabla 4.11 Promedios 2ª evaluación, grupo B.

De la tabla anterior, se observan los siguientes valores:

Muestra, que es el total de alumnos participantes:  $n = 12$

Valor máximo en la tabla 4.11:  $x_{\text{máxima}} = 9.61$

Valor mínimo en la tabla 4.11:  $x_{\text{mínima}} = 3.46$

Rango de la variable:  $R = x_{\text{máx.}} - x_{\text{mín.}} = 9.61 - 3.46 = 6.15$

Amplitud del intervalo: es el rango entre el número de intervalos:

$$6.15 / 5 = 1.23$$

Intervalo		Marca de clase $X_i$	Frec. Absolutas		Frecuencias Relativas				$X_i f_i$	$(X_i - \text{media})$	$(X_i - \text{media})^2$	$f_i (x_i - \text{media})^2$
Front. inferior	Front. superior		$f_i$	$F_i$	$f_i^*$	%	$F_i^*$	%				
3,46	4,69	4,08	1	1	0,08	8,33	0,08	8,00	4,08	-2,78	7,70	7,70
4,70	5,92	5,31	1	2	0,08	8,33	0,16	16,33	5,31	-1,54	2,37	2,37
5,93	7,15	6,54	5	7	0,42	41,67	0,58	58,00	32,70	-0,31	0,10	0,48
7,16	8,38	7,77	4	11	0,33	33,33	0,91	91,33	31,08	0,92	0,85	3,39
8,39	9,61	9,00	1	12	0,08	8,33	1,00	100,00	9,00	2,15	4,62	4,62
			12		1,00	100,00			82,17			18,56

Tabla 4.12 Distribución de frecuencias, 2ª evaluación, grupo B.

De los datos observados en la tabla anterior se obtienen las medidas de tendencia central y dispersión.

- Media  $\bar{x} = \frac{\sum(f_i X_i)}{\sum f_i} = \frac{82.17}{12} = 6.85$
- Mediana 6.73
- Moda, para este subgrupo existen 3 modas: 6.15, 6.53 y 7.69
- Varianza  $S^2 = \frac{\sum[f_i(X_i - \bar{x})^2]}{n} = \frac{18.56}{12} = 1.54$
- Desviación estándar  $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{1.54} = 1.24$

En la siguiente tabla se analizaron los datos observados de la 1ª y 2ª evaluaciones del grupo B control, mismo al que NO se le presentó el producto multimedia.

<b>Datos observados. Medidas de tendencia central y dispersión.</b>	<b>1ª Prueba</b>	<b>2ª Prueba</b>
Media	6.18	6.85
Mediana	6.15	6.73
Moda	5.38 6.15	6.15 6.53 7.69
Varianza	1.14	1.54
Desviación estándar	1.06	1.24

Tabla 4.13 1ª y 2ª evaluaciones grupo B.

### **Interpretación y aplicación de los datos observados.**

De la misma forma que se hizo con el grupo A, se procedió al análisis de cada una de las medidas en relación a los datos encontrados en el grupo B. Se inició con las **medidas de tendencia central**, que son las que indican cómo y en qué medida dentro de la muestra los datos están juntos o centralizados:

**Media:** Es el promedio aritmético. Se observa que en la segunda evaluación a partir de que los estudiantes tuvieron el reforzamiento dado por el profesor solamente en forma tradicional, sin tener acceso al producto de diseño multimedia, dicho promedio general subió 0.67 puntos, lo que significa un incremento de tan solo 10.84%.

**Mediana:** Es el valor que divide a la muestra en dos partes iguales, se ubica justo al acomodar los datos en forma ascendente en la parte mediana (en medio) de la muestra. Aquí el incremento es de 0.58 puntos, equivalente al 8.61%.

**Moda.** Es el dato que se repite un mayor número de veces. En la 1ª evaluación aparecen dos modas 5.38 y 6.15, el promedio de estas es de 5.76. En la segunda evaluación de este grupo B aparecen tres modas que son 6.15, 6.53 y 7.69, el promedio de éstas es 6.79, mayor que en la 1ª evaluación tan solo 1.03 puntos, equivalentes a un 17.88%.

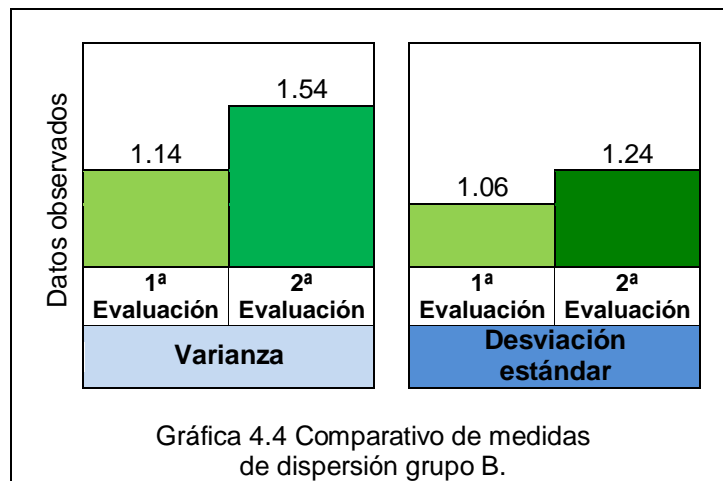
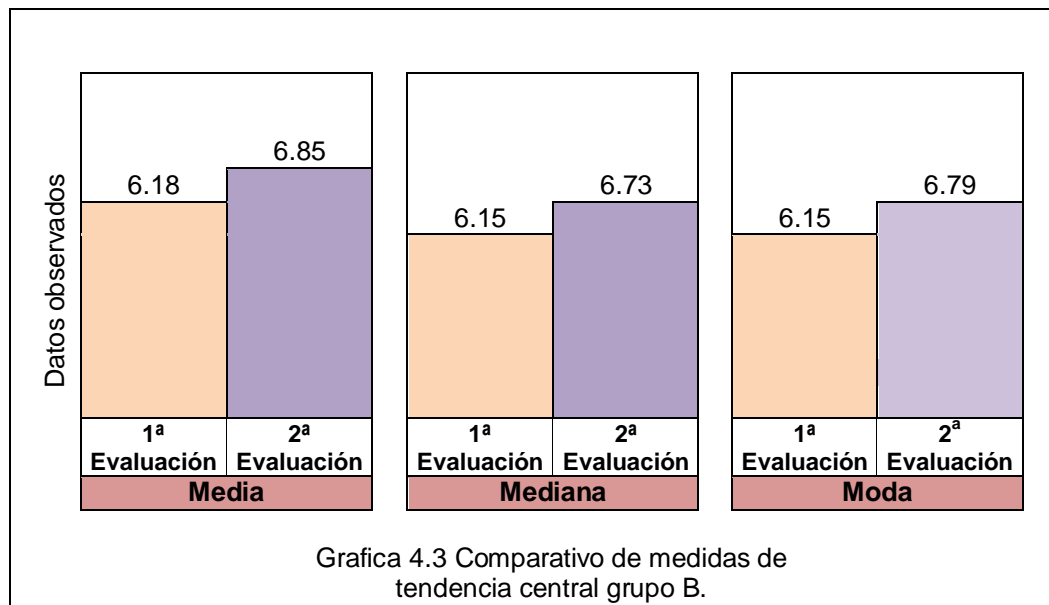
En cuanto a las **medidas de dispersión:**

**Varianza.** Promedio de las diferencias cuadráticas de las puntuaciones respecto a su media aritmética. En la tabla anterior se observa que en la 2ª evaluación, el valor pasó de 1.14 a 1.54, esto significa que aumentó 0.40, lo que indica que los datos están más dispersos un 35.08 %.

**Desviación estándar.** Recordar que cuanto mayor sea su valor, más dispersos estarán los datos con relación a la media o promedio general del grupo. El aumento fue de 1.06 a 1.24 que es igual a 0.18 de incremento, equivalente a 16.98 %.

Para dar mayor claridad a lo anteriormente expuesto y analizado, se generan las siguientes graficas:





**Análisis comparativo de los resultados obtenidos del grupo A, 1ª y 2ª evaluaciones, contra los resultados obtenidos del grupo B, 1ª y 2ª evaluaciones.**

La siguiente tabla 4.14 muestra un comparativo de las medidas de tendencia central entre los grupos A y B, donde se observa que a pesar de tener datos más altos en la 1ª evaluación el grupo B que el A, la mejora alcanzada (en porcentaje) es mayor en el grupo A que en el B:

Medidas de tendencia central	Grupo A		% de mejora. Incremento en los valores	Grupo B		% de mejora. Incremento en los valores
	1ª Evaluación	2ª Evaluación		1ª Evaluación	2ª Evaluación	
Media	5.83	8.33	<b>42.88</b>	6.18	6.85	<b>10.84</b>
Mediana	5.58	8.65	<b>55.01</b>	6.15	6.73	<b>8.61</b>
Moda	5.38	9.22	<b>71.37</b>	6.15	6.79	<b>10.40</b>

Tabla 4.14 Comparativo de Medidas de Tendencia Central, grupos A y B.

Recordemos que a ambos grupos A y B, después de la 1ª evaluación correspondiente a la EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA se les facilitó un reforzamiento, de ahí que al analizar los resultados de uno y otro en la 2ª evaluación se observó que hubo un incremento en los dos grupos. En este comparativo lo interesante es analizar qué porcentaje subió en cada grupo. En el grupo A, al que el reforzamiento fue de manera tradicional más la aplicación del producto multimedia el porcentaje de mejora reflejado en el incremento de los datos es mayor que el del grupo B, al que el repaso solamente se le facilitó de manera tradicional.

Es importante mencionar que de acuerdo a estudios realizados por Rochman (2008:128), para que se considere válida la mejoría alcanzada después del uso y aplicación del producto multimedia, ésta debe alcanzar el 66%. Para el caso del grupo A, el incremento en la media es de 42.88 %, no alcanzó el 66%; en la mediana el incremento es de 55.01 %, no alcanzó el 66%; en la moda el incremento es de 71.37 %, en ésta medida se rebasó el 66%.

A continuación se muestra el comparativo de las medidas de dispersión entre ambos grupos A y B. Cabe mencionar aquí que al hablar de mejora o beneficio se hace referencia a que los datos deberán tener un valor menor.

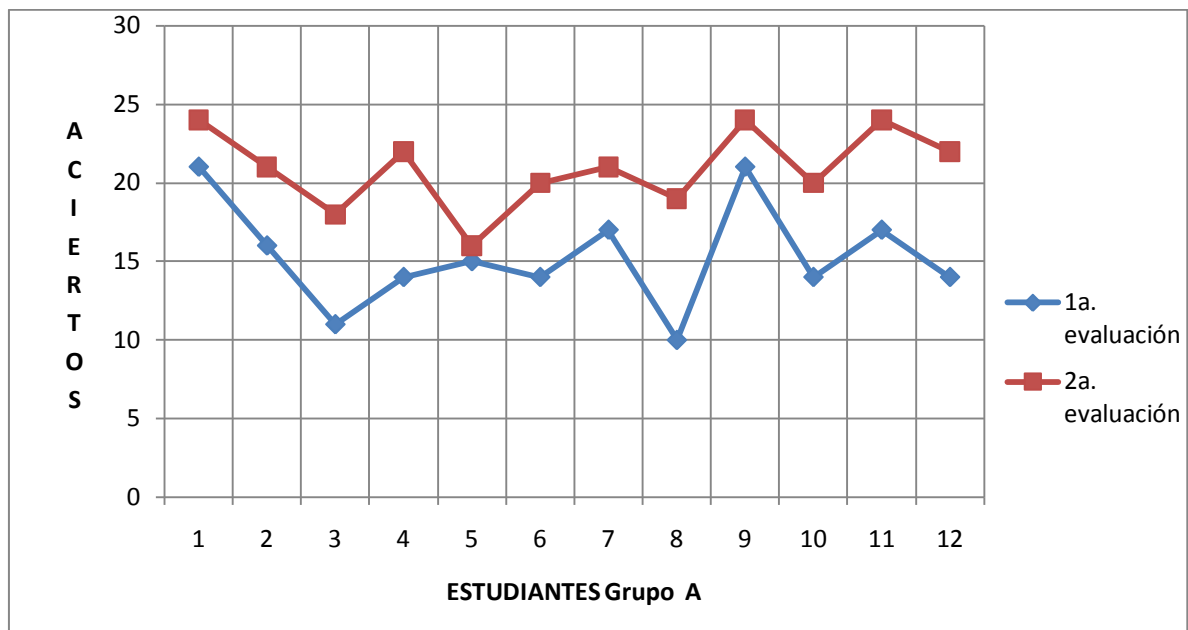
<b>Medidas de dispersión</b>	<b>Grupo A</b>		<b>% de mejora. Decremento en los valores</b>	<b>Grupo B</b>		<b>No existe % de mejora, dado que los valores se incrementaron</b>
	<b>1ª Evaluación</b>	<b>2ª Evaluación</b>		<b>1ª Evaluación</b>	<b>2ª Evaluación</b>	
Varianza	1.38	0.7275	<b>47.28</b>	1.14	1.54	<b>32.45</b>
Desviación Estándar	1.17	0.8529	<b>31.71</b>	1.06	1.24	<b>16.98</b>

Tabla 4.15 Comparativo de Medidas de Dispersión grupos A y B.

A pesar de que tanto en el grupo A como en el B se manejó un reforzamiento de conocimientos, los resultados arrojados en las medidas de dispersión no reflejan mejora en ambos grupos. En el grupo A donde el reforzamiento se manejó de manera tradicional más la aplicación del producto multimedia, en la varianza el porcentaje de mejora fue del 47.28%, no alcanzó el 66 %; en la desviación estándar el porcentaje de mejora fue del 31.71%, no alcanzó el 66 %. En cuanto al grupo B donde el repaso facilitado sólo se desarrolló de manera tradicional, sin la aplicación del producto multimedia, no solo no mejoró mostrando datos menores, sino que en este grupo la varianza aumentó un 32.45 % y la desviación estándar un 16.68%

Para dar claridad al análisis comparativo, así como a las tablas anteriores, se han generado las siguientes gráficas<sup>8</sup>:

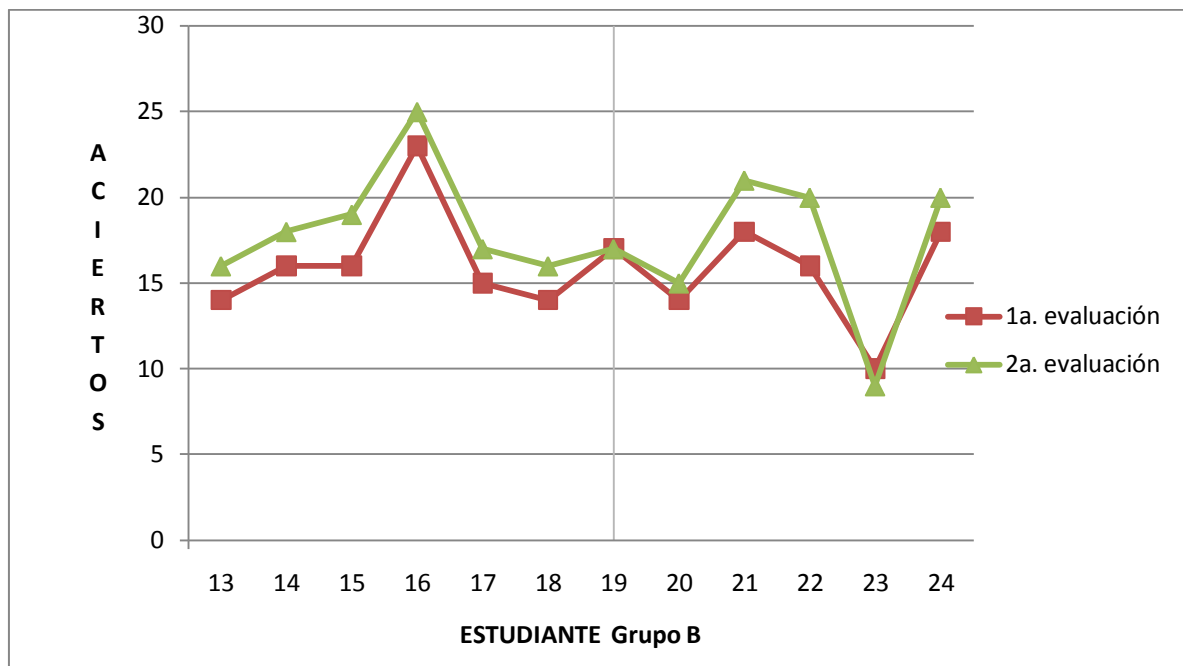
<sup>8</sup> Tanto las gráficas como las tablas presentadas en esta investigación, han sido generadas en el programa de Microsoft Office Excel 2007.



Grafica 4.5 Comparativo entre aciertos 1ª y 2ª evaluación, grupo A.

En la gráfica 4.5 se aprecia que cada uno de los estudiantes del grupo A tuvieron un incremento en sus aciertos al realizar la 2ª evaluación.

Ahora observemos la gráfica del grupo B.



Grafica 4.6 Comparativo entre aciertos 1ª y 2ª evaluación grupo B.

En la gráfica 4.6 se observa que si bien es cierto que los estudiantes del grupo B, salvo dos de ellos<sup>9</sup>, también incrementaron sus aciertos al realizar la 2ª evaluación, la diferencia de aciertos entre la 1ª y la 2ª evaluación, es mayor en el grupo A, donde se aplicó el repaso de temas básicos de geometría descriptiva de manera tradicional más el producto de diseño multimedia.

### Análisis por pregunta

Este análisis por pregunta se hará solo a los resultados del grupo A dado que ya se ha determinado y comprobado que son estos estudiantes, donde se aplicó el producto de diseño multimedia, los que incrementaron sus aciertos en mayor medida con relación a los estudiantes del grupo B. En este apartado el análisis consiste en determinar para cada pregunta cuantos estudiantes contestaron correctamente, esto es, el número de aciertos que hubo en cada pregunta, de esta forma que se harán evidentes los temas que resultan más difíciles de asimilar por parte del estudiante.

<sup>9</sup> Estudiante 19 y 23, inclusive éste último bajó su número de aciertos.

Se analizaran el número de aciertos por pregunta en la 1ª evaluación y después en la 2ª, para posteriormente hacer un comparativo y llegar a las conclusiones.

Estudiante	PREGUNTAS. 1a evaluación: EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA																									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
2	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1
4	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0
5	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
6	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0
7	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1
8	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1
10	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0
11	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0
12	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0
<b>Estudiantes que contestaron correctamente</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>4</b>	<b>9</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>10</b>	<b>3</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>9</b>	<b>9</b>	<b>2</b>	<b>7</b>	<b>12</b>	<b>5</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>4</b>

Tabla 4.16 Total de aciertos de cada pregunta, 1ª evaluación grupo A.

Estudiante	PREGUNTAS. 2ª evaluación: CONCEPTOS BÁSICOS																									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0
3	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0
9	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
<b>Estudiantes que contestaron correctamente</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>11</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>10</b>	<b>3</b>	<b>11</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>8</b>	<b>7</b>	<b>11</b>	<b>9</b>	<b>9</b>	<b>7</b>	<b>11</b>	<b>6</b>

Tabla 4.17 Total de aciertos de cada pregunta, 2ª evaluación grupo A.

De acuerdo a las tablas 4.16 y 4.17, surge el siguiente concentrado, donde con mayor claridad pueden compararse el número de estudiantes que contestaron correctamente a cada pregunta en la 1ª evaluación contra el número de estudiantes que contestaron correctamente a cada pregunta en la 2ª evaluación. En las tablas 4.16 y 4.17 se consideró el dato 1 como acierto y el 0 como error. El cuestionario aparece en la página 111.

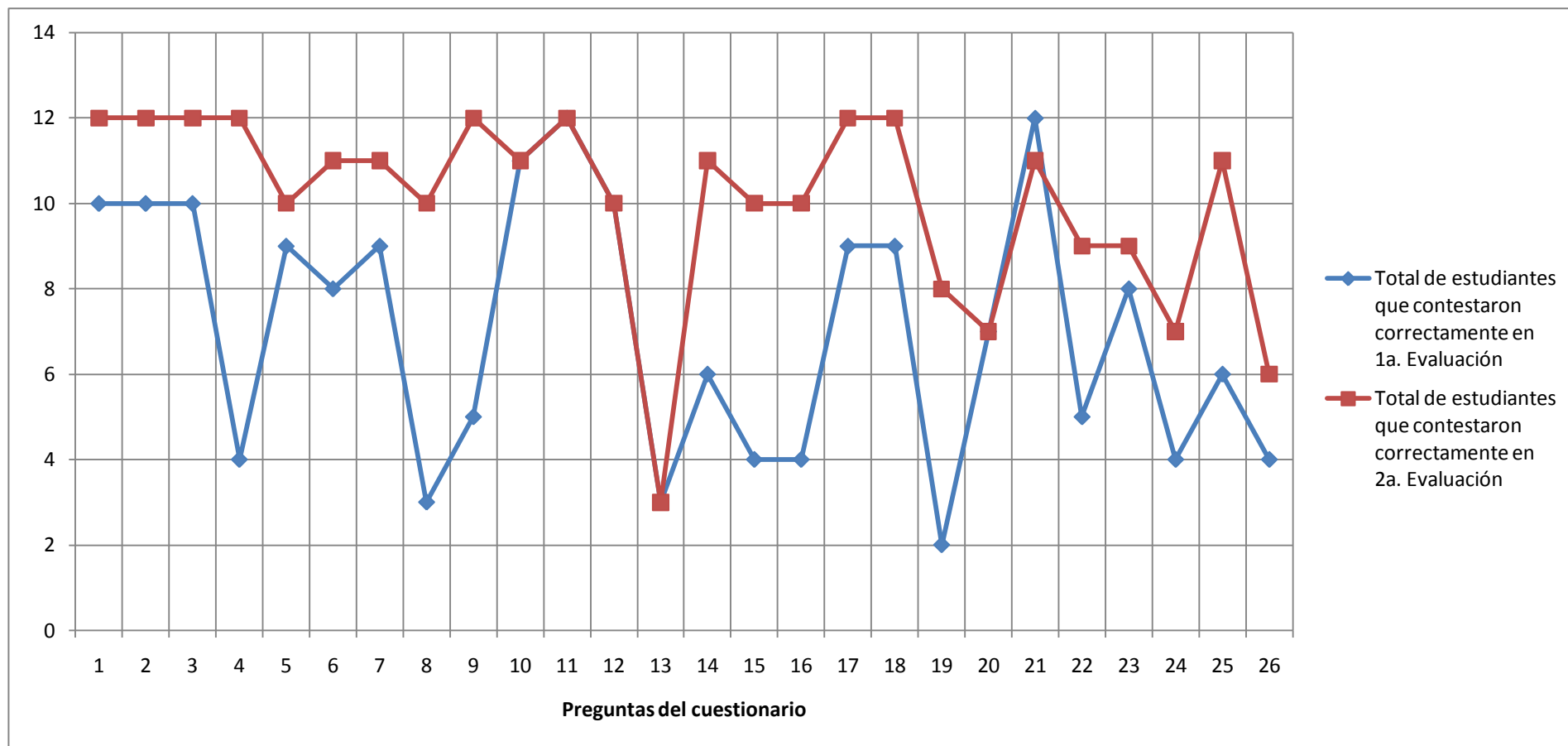
Preguntas del Cuestionario	Total de estudiantes que contestaron correctamente en 1a evaluación	Total de estudiantes que contestaron correctamente en 2a evaluación
1. Con base en la Geometría Descriptiva ¿cómo es conveniente dividir el espacio para su estudio?	10	12
2. En la intersección de un plano vertical y uno horizontal, se forma una línea llamada de . . .	10	12

3. En dibujo de acuerdo al cuadrante utilizado existen los sistemas de proyección, uno recibe el nombre de sistema Americano y el otro es llamado sistema. . .	10	12
4. En dibujo, el Sistema Europeo es aquel en el que se trabaja en el cuadrante. . .	4	12
5. De los siguientes enunciados cual es el que define adecuadamente "montea".	9	10
6. En una montea se representan:	8	11
7. Los dos segmentos de línea, debajo y en los extremos de la línea de tierra, indican el plano de proyección . . .	9	11
8. Indica a que sistema de representación pertenece la siguiente montea.	3	10
9. Indica a que sistema de representación pertenece el siguiente dibujo.	5	12
10. Las tres distancias que se expresan a través de tres coordenadas (x, y, z), determinan.	11	11
11. En Geometría Descriptiva para localizar un punto en el espacio es necesario conocer las siguientes distancias básicas.	12	12
12. La línea que va del punto en el espacio a los planos de proyección recibe el nombre de:	10	10
13. En la montea se representan las proyecciones de un punto unidas por líneas de:	3	3
14. Una proyección ortogonal es una proyección:	6	11
15. Cuantas proyecciones ortogonales tiene un punto en un plano de proyección?	4	10
16. La altura se refiere a la distancia que hay . . .	4	10
17. Las rectas reciben su nombre de acuerdo a . . .	9	12
18. Para que una recta se proyecte en Verdadera Forma y Magnitud, ¿Como deberá estar con relación al plano de proyección?	9	12
19. La Recta perpendicular al plano de proyección vertical, recibe el nombre de. . .	2	8
20. Recta que aparece en VFM en su proyección vertical	7	7
21. Recta que no tiene VFM en ninguna de sus proyecciones	12	11
22. Si los dos puntos de la recta tienen la misma altura y el mismo alejamiento, nos referimos a. .	5	9
23. Al hablar de la proyección horizontal, se hace referencia a la vista. . .	8	9
24. Al hablar de proyección horizontal y vertical, se hace referencia a. . .	4	7
25. A continuación traza una recta oblicua en montea.	6	11
26. A continuación traza una recta oblicua en isométrico.	4	6

Tabla 4.18 Comparativo de preguntas contestadas correctamente en la 1ª y 2ª evaluación grupo A.

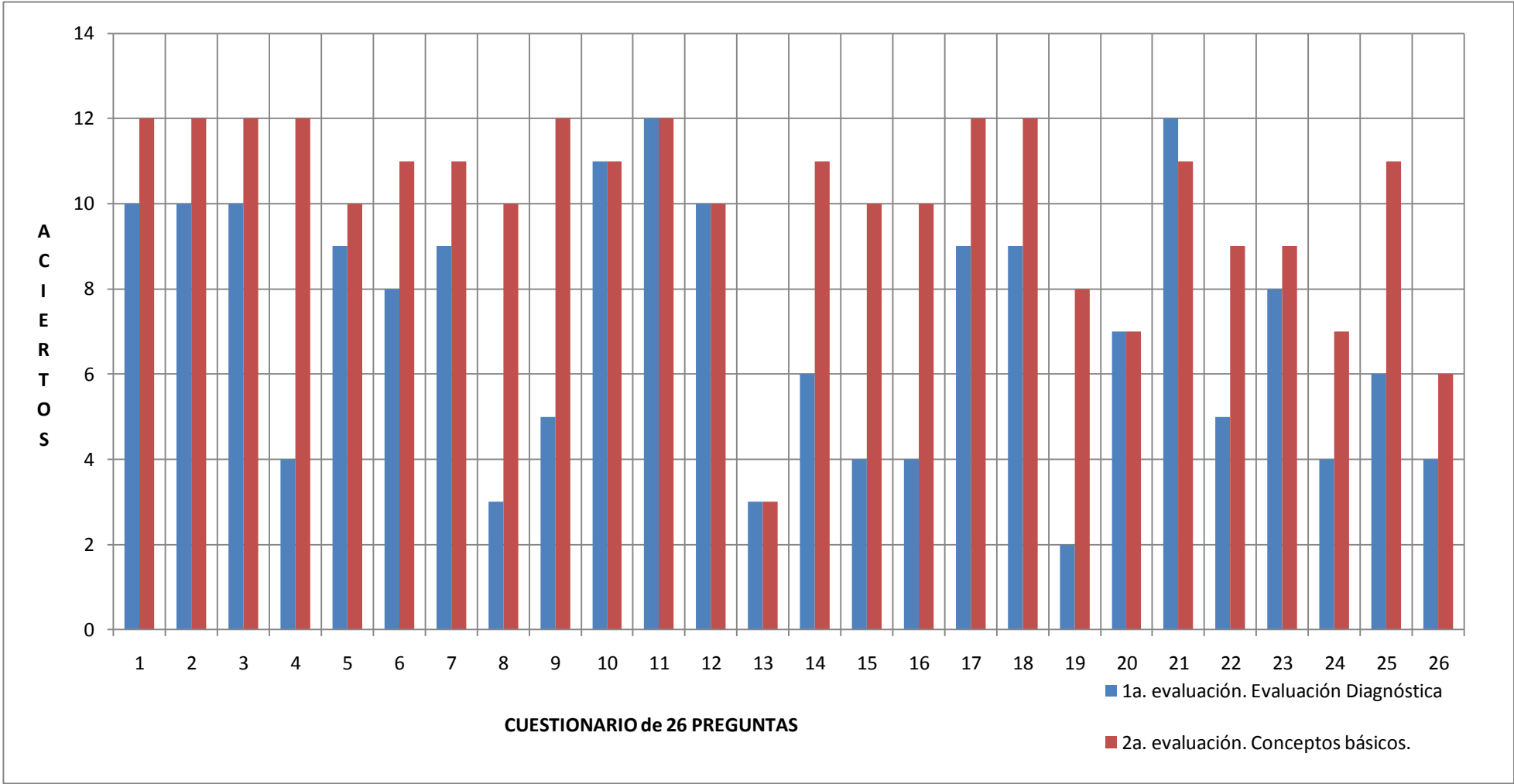


De la tabla anterior se llega a la siguiente gráfica 4.7 donde se aprecia con mayor facilidad los datos y su comparativa entre la 1ª evaluación y la 2ª.



Gráfica 4.7 Número de estudiantes que contestaron correctamente a cada pregunta.

Con los datos anteriores se construye el siguiente histograma grafica 4.8 para dar aún mayor claridad a la interpretación de los datos.



Gráfica 4.8 Histograma comparativo de estudiantes que contestaron correctamente a cada pregunta en 1ª y 2ª evaluación grupo A.

Se observa en la gráfica 4.8 que en la pregunta 1, en la 1ª evaluación fueron 10 los estudiantes que contestaron correctamente y en la 2ª evaluación después del producto multimedia fueron 12, esto indica que hubo mejoría en cuanto a la asimilación del tema relacionado con la pregunta 1, lo mismo sucede en las preguntas 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 22, 23, 24, 25 y 26. Mientras que en las preguntas 10, 11, 12, 13 y 20, no hubo incremento de estudiantes que contestaron correctamente. En la pregunta 21 el número de estudiantes que contestaron correctamente bajó entre la 1ª y 2ª evaluación. Todo este análisis está relacionado en que si cada una de las hipótesis particulares se cumplen o no en esta, tema que se tratará en las conclusiones generales de esta investigación.

### **4.3 Conclusiones de la aplicación**

De acuerdo a la observación de los resultados indicados después de cada una de las tablas, y observando las graficas donde se resumen y sintetizan los datos analizados en este capítulo, se aprecia que en general los resultados fueron positivos, y que en forma particular con relación al grupo A piloto, los resultados observados después de la aplicación del producto multimedia a estudiantes de Diseño, generaron resultados aún más positivos.

Cabe hacer mención que los estudiantes mostraron aceptación por el producto de diseño multimedia, y comentaron que sería conveniente manejar este tipo de material en todos y cada uno de los temas correspondientes a la UEA de Geometría descriptiva I y II, ya que más adelante existen temas que se tornan cada vez más complejos y de más difícil asimilación y comprensión visual.

La efectividad del producto de diseño propuesto en el desarrollo de esta investigación, ha establecido situaciones de mejora y complementación, con lo que se genera la pauta para que una próxima investigación pueda trabajarse con otros temas y se logre profundizar en ellos. Se hace referencia no solo a los aspectos de mejora, sino también al alcance de los objetivos y del cumplimiento de las hipótesis en lo que a continuación se presenta que son las conclusiones generales de esta investigación.

## **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

*“La Geometría Descriptiva se enseña con la razón. . . poniendo el corazón”*

Ma. Del Rocío Ordaz Berra

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

---

Una vez concluido el trabajo, se puede afirmar que se cumplió con las expectativas sobre las propuestas y las aportaciones de la investigación, ya que se logró cumplir los objetivos programados, mismos que se demuestran al poder comprobar las hipótesis planteadas. A continuación se enuncian cada uno de ellos y la manera en que se afirmaron o corroboraron:

### **Sobre el logro de los objetivos y de las hipótesis**

El **Objetivo General** de esta investigación consistió en:

Propiciar que los estudiantes de las licenciaturas de Diseño de la Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, mejoren y fortalezcan los conocimientos adquiridos con la técnica de enseñanza tradicional, apoyados en el producto de diseño multimedia.

El logro de dicho objetivo se sustentó en el planteamiento de la **Hipótesis General**:

Los estudiantes mejoraran y fortalecerán los conocimientos de temas básicos de Geometría Descriptiva adquiridos con la técnica de enseñanza tradicional, al permitir que el producto de diseño multimedia coadyuve en el proceso de enseñanza aprendizaje.

### **Las Hipótesis particulares.**

1. El estudiante mejorará la visualización, comprensión y representación gráfica del espacio dividido en cuadrantes de acuerdo a los conceptos básicos de la Geometría Descriptiva.

2. El estudiante tendrá mayor claridad y comprensión de los sistemas de representación Europeo y Americano.
3. El estudiante tendrá mayor claridad y comprensión en la relación que existe entre la monea y el isométrico.
4. El estudiante optimizará su capacidad para entender y visualizar el punto en el espacio y sus proyecciones.
5. El estudiante tendrá mayor claridad en el concepto de proyección ortogonal.
6. El estudiante optimizará su capacidad para entender y visualizar la recta en el espacio y sus proyecciones.
7. El estudiante comprenderá, visualizará y asimilará el concepto de VFM.
8. El estudiante mejorará su capacidad de entender, visualizar y representar gráficamente las proyecciones de un objeto en el espacio dentro del sistema Europeo.
9. El estudiante será capaz de trazar una recta en motea y en isométrico.

El alcance o cumplimiento de dichos objetivos y la comprobación de las hipótesis, se sustentaron en los datos observados en el capítulo 4 ANÁLISIS DE RESULTADOS.

Si bien es cierto que tanto el grupo A piloto y B control, mejoraron y fortalecieron los conocimientos de temas básicos de Geometría Descriptiva, entre la 1ª y 2ª evaluación, puede apreciarse en las tablas 4.14 página 148 y 4.15 página 149 el comparativo de medidas de tendencia central y comparativo de medidas de dispersión respectivamente, que el grupo A piloto al cual se le aplicó el producto de diseño multimedia sus resultados son más satisfactorios. Por tal motivo, queda comprobada la Hipótesis General.

Para poder comprobar o refutar las hipótesis particulares, se realizó un análisis de los resultados obtenidos por el grupo de control y el grupo piloto en cada una de las preguntas del cuestionario, considerando que cada una de ellas tenía relación directa con cada una de las hipótesis. Los resultados detallados pueden observarse en las

tablas 4.16 y 4.17 de las páginas 152 y 153 de donde se obtiene una síntesis que se puede analizar en la siguiente gráfica:

Hipótesis Particular	Preguntas del Cuestionario	Tema	Comprobación de la hipótesis
1	1 a 2	División espacial en cuadrantes	SI se comprueba la hipótesis
2	3 a 4	Sistemas de dibujo	SI se comprueba la hipótesis
3	5 a 9	Concepto de monte	SI se comprueba la hipótesis
4	10 a 13	El punto y su representación	Ni se comprueba ni se refuta
5	14 a 16	Proyección ortogonal	SI se comprueba la hipótesis
6	17 a 19 y 22	La recta y su representación	SI se comprueba la hipótesis
7	20 a 21	Concepto de Verdadera Forma y Magnitud	NO se comprueba la hipótesis
8	23 a 24	Generalidades sobre las proyecciones de un objeto en el espacio	SI se comprueba la hipótesis
9	25 y 26	Trazo	SI se comprueba la hipótesis

Tabla 5.1 Comprobación de hipótesis.

De la gráfica anterior podemos observar que la hipótesis 4 no pudo ser comprobada ni refutada, y la hipótesis número 7, a la que corresponde las preguntas 20 y 21 del cuestionario, no pudo ser comprobada, por lo tanto se refuta. Las otras 7 hipótesis restantes si pudieron ser comprobadas, lo que también confirma y comprueba la hipótesis general.

Es importante agregar que en esta investigación se llega a un primer acercamiento, sobre el uso de material didáctico que coadyuve al proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría Descriptiva en cuanto al proceso en sí de la visualización espacial; y que de igual forma es también un primer acercamiento al hacer referencia a la evaluación del producto, dado que es recomendable hacer mejoras al mismo.



## **Sobre el diseño multimedia**

Como parte del diagnóstico aplicado a los estudiantes, y de acuerdo a sus opiniones, se concluye que consideran muy adecuado el producto de diseño multimedia para mejorar o desarrollar el proceso mental de visualización espacial. Sin embargo al utilizar el producto en el aula virtual, surge la necesidad de agregar sonido o texto, que haga la función explicativa que realiza el docente cuando se utiliza en forma presencial.

Es importante mencionar que a pesar de que el material funciona de acuerdo a las hipótesis comprobadas, no ayudó a tener un mejor conocimiento o una mejor visualización de los contenidos enunciados en las hipótesis 4 y 7, por lo que se puede concluir, que es necesario revisar el material y mejorar lo relacionado a estos dos temas: El punto en el espacio y su representación; y el concepto de verdadera forma y magnitud.

Al ser este un primer acercamiento, se está manejando que si fueron comprobadas las hipótesis, aún cuando ya se especificó que el porcentaje de mejora no alcanzó el 66%, dado esto se plantea que uno de los posibles factores por los que no se alcanzó el porcentaje adecuado es por la falta de audio o texto explicativo en el diseño multimedia.

## **Limitaciones de la Investigación**

Aunque el diseño del producto multimedia fue adecuado, comprobándose que ayudó a alcanzar los objetivos, aun cuando fue en forma limitada, sólo se probó con los temas introductorios de la geometría descriptiva, por lo que será conveniente ampliar el diseño o desarrollar otros materiales que apoyen a temas más complejos, y que incluyan el total de los temas establecidos en la carta temática de la UEA Geometría Descriptiva I y II.

Otra limitación a la que se enfrentó la presente investigación fue el número de estudiantes a los que se aplicaron los experimentos, ya que sólo se experimentó con

dos grupos en un ciclo escolar, pero sería conveniente seguir utilizando el mismo procedimiento a varios grupos, para tener mayor cantidad de información y determinar si se mantiene el comportamiento de los resultados.

## **Recomendaciones**

Será necesario que, en una primera instancia, el resto del personal académico que imparte la UEA de geometría descriptiva en la División de Ciencias y Artes para el Diseño, Azcapotzalco, conozca el material y los resultados obtenidos. De esta forma se intentará introducir a los docentes en el uso y manejo de material de apoyo de este tipo. Una vez que lo apliquen con sus alumnos, será conveniente llevar un seguimiento sistemático para poder también evaluar los resultados y, en su caso, sirvan estos de orientación para llevar a cabo los cambios necesarios para el mejoramiento en el diseño del material.

Es conveniente manejar una versión de este material multimedia sin sonido en clases presenciales, dado que el docente tendrá la facilidad de avanzar o detenerse en el momento preciso en que el estudiante plantee alguna duda o inquietud, pero se recomienda agregar texto explicativo o sonido cuando se utilice en el aula virtual, donde dará un apoyo complementario al estudiante en su proceso de aprendizaje significativo de la geometría descriptiva.

Es indispensable y urgente continuar desarrollando el material para otros temas de la geometría descriptiva. Lo ideal sería con la participación de todos los profesores de la UEA, ya que son doce los docentes que participan en los primeros dos trimestres del plan de estudios, e incluir también a otros investigadores interesados en el tema.

En cuanto a la forma de aplicar el experimento, se recomienda que a un grupo se le den los temas de manera tradicional, y al otro con el apoyo del producto multimedia y que no se maneje ningún tipo de reforzamiento del conocimiento. De esta forma los resultados serán más claros.

Se recomienda a la Universidad que continúe apoyando estas iniciativas, que no son onerosas, y que pueden ayudar a elevar el nivel académico de los estudiantes y logran también motivar la participación de los profesores en los Colectivos de Docencia o en las Áreas Departamentales, que se encuentran actualmente en una etapa de consolidación.

### **Difusión de resultados**

Después de realizar la primera difusión entre el personal académico de la misma Universidad, tal y como se mencionó en el rubro de Recomendaciones, será conveniente presentarlo en foros y congresos relacionados con la elaboración de material didáctico o de innovación educativa; la retroalimentación por parte de otros expertos será relevante para buscar su perfeccionamiento y fomentar su uso.

Una vez ampliados los temas y corregidos los errores detectados, se podrán hacer discos digitales, con sus manuales correspondientes, para ofrecer los beneficios a otras instituciones de educación superior en la República Mexicana, que imparten las carreras de arquitectura y diseño.

Otra situación importante de mencionar es que este producto de diseño multimedia podrá ser difundido a través de Internet, para lo cual será conveniente agregarle texto o audio explicativo de los temas tratados. En esta investigación no ha sido la finalidad que el estudiante por sí solo observe y manipule el material, dado que se ha planteado como material didáctico de apoyo a las clases presenciales. Considero importante recordar que el beneficio resultado de un objeto de diseño, está en la solución de un problema o en la satisfacción de una necesidad.

## **BIBLIOGRAFÍA**

*“La Geometría es una ciencia de conocimiento del ser, pero no de lo que está sujeto a la generación y a la muerte. La geometría es una ciencia de lo que siempre es”*  
Platón

- Alsina, Claudí. (2008). Revista SIGMA: Revista de matemáticas= matemátika aldiskaria. ISSN 1131-7787, No. 33. Artículo: Geometría y Realidad. Revista matemática publicada por el Departamento de Educación del Gobierno Vasco en colaboración con los Berritzegunes de Bilbao, Victoria y San Sebastián. Universidad del país Vasco (Bilbao).
- Alsina, C.; Fortuny, J. M; Pérez, R (1997) ¿Por qué Geometría? Propuestas Didácticas para la ESO. Madrid: Síntesis.
- Álvarez Martínez, Rosa Elena. (2002) "Propuesta de un Modelo de Formación Profesional de Calidad del Estudiante de Arquitectura; Contexto, Bases Cognitivas y Evaluación". Tesis Doctoral, Universidad la Salle. México, D.F.
- Álvarez, M. y González, M. (1993) Introducción a la estadística y la probabilidad. México: Colección CyAD. UAM A.
- Ardila, Rubén (2001) Psicología del aprendizaje. México: Siglo XXI editores, S.A. de C.V.
- Ausubel, David P.(1993) Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo. México: Trillas.
- Badillo Sánchez, Susana (2006) "Elementos para el desarrollo de material educativo en soporte electrónico". Tesis de Maestría, México, D. F.UAM A.
- Bates, A.W. (2000). Managing Technological Change, Strategies for Colleges and University leaders San Francisco: Ed. Jossey-Bass.
- Blackwell, William (2006). La Geometría en la Arquitectura. México: Edit. Trillas.
- Blaxter, L.; Hughes, C.; Tight, M. (2008) Cómo se hace una investigación. España: Editorial Gedisa, S.A.
- Boyer, C. (1992), *Historia de la Matemática*, Madrid: Alianza Editorial.
- Buitrón De la Torre, Marcela. (2000) Consideraciones para el diseño de interfaces gráficas de usuario en ambientes virtuales educativos. Tesis de Maestría en Diseño. UAM A.
- Bustos H. (2007) La imagen digital en movimiento como sustento lúdico para la asimilación de fonemas labiales. Tesis de Maestría en Diseño. UAM A.
- Cabero Almenara, Julio. (2001) Tecnología educativa. Diseño y utilización de medios en la enseñanza. Barcelona: Ed. Paidós.
- Camberos López, A. (1975) Dibujo de ingeniería. México: Edit. Porrúa.
- Canif, Patricia (2002) Pitágoras. Grandes Biografías. Madrid, España: Ediciones y distribuciones PROMO-LIBRO
- Chiñas de La Torre, Geometría Descriptiva (1971). Impreso en Offset Larios
- De La Torre, Carbó Miguel (1965) Geometría Descriptiva, México UNAM.
- Delors Jacques (1998). La educación encierra un tesoro. Edit. Unesco, Santillana.
- Di Pietro, Donato (1960) Geometría Descriptiva. Editor Alsina.
- Díaz Barriga, Frida (2009) Aprender a aprender. México: Edit. Ángeles EDRS.
- \_\_\_\_\_. Rojas Hernández, G. (2002) Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista. México: Mc Graw-Hill.
- \_\_\_\_\_. Revista de tecnología y comunicación educativas Año 2000.
- Duart, J.; Sangrá, A., (2000) Aprender en la virtualidad. Editor Gedisa.

- Edwards, Betty (1985) Aprender a dibujar con el lado derecho del cerebro: un método garantizado. Hermann Blume
- Epper, R.; Bates, A.; (2004) Enseñar al profesorado cómo utilizar la tecnología: buenas prácticas de instituciones líderes. Barcelona: Editorial UOC.
- Fernández Calvo, Silvestre (1986) LA Geometría Descriptiva aplicada al dibujo técnico arquitectónico. México: Trillas.
- Ferreiro Grabié, R. (2003). Estrategias didácticas del aprendizaje cooperativo. México: Trillas.
- Gardner, H. (1987) Las inteligencias múltiples, NY: McGraw.
- Gómez, Marcelo (2006). Introducción a la metodología de la investigación científica. Córdoba: Brujas.
- González, Irigoyen, Ordaz, Poo y Rosas (2009) El Barroco Queretano
- Gustafson, David (2006) Algebra intermedia. México: International Thomson Editores, S. A. de C.V.
- Haach, Wolfgang (1962) Geometría Descriptiva. México: Uteha.
- Hernández Sampieri, Fernández Collado, Baptista Lucio (2003) Metodología de la investigación. México, McGraw Hill.
- Herrera, B (1998) Cognición espacial y su impacto en el aprendizaje de la geometría analítica (estudio de caso), Tesis de Maestría en educación. ITESM.
- Jungenser-Donnelly-Dolciani (1970) Geometría Moderna, Estructura y Método. México: Publicaciones Cultural.
- Leone, Pascual. (2005) Transcranial Magnetic Stimulation: A Neurochronometric of mind. Editor MIT Press.
- Lezama, Jaime. (1974) Procesos y Técnicas de Realización. México: UAM A.
- Majó, J. Marqués, Pere (2002) La revolución educativa en la era internet. Colección compromiso con la educación. Editor Ciss Praxis.
- Mammana y Villani (1998). Perspectives on the teaching of geometry for the 21 st century: an ICMI study. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Martínez de Velasco y Arellano, Emilio (2009) Estudio prospectivo sobre la práctica profesional del diseño industrial en México en el marco de la posmodernidad y propuestas de criterios para su formación. Tesis Doctoral, México, D.F.Universidad la Salle.
- Montero López Francisco, Geometría Descriptiva Tridimensional para arquitectos y diseñadores, México: CyAD, UAM A.
- Namakforoosh, Mohammad (1996) Metodología de la investigación. México: Limusa, Noriega Editores.
- Ordaz Berra, Ma. del Rocío y Bolaños Téllez, Francisco (2004) Representación virtual de un espacio arquitectónico. Caso de estudio Exconvento de Nuestra Señora de los Ángeles de Churubusco. Trabajo terminal para optar por el diploma de Especialización en Diseño. México, UAM – Azcapotzalco.
- Pardinas, Felipe (1996) Metodología y técnicas de investigación en ciencias sociales. Madrid España, Siglo Veintiuno Editores.
- Patiño, J.M.; Beltrán, J.; Pérez, (2003). Como aprender con internet. Madrid: Fundación Encuentro.
- Pérez Serrano (2002) Investigación cualitativa. Retos e interrogantes. Madrid: Ibérica grafic, S. A.
- Pozo, J.I. (2006) Teorías cognitivas del aprendizaje. Madrid: Ediciones Morata,S.I.
- Ramírez, R. (2006) Diseño multimedia como elemento para motivar al aprendizaje de la historia en los museos. Tesis de Maestría en Diseño. UAM A.

Ranelletti (1963) Elementos de geometría descriptiva y aplicaciones a la teoría de las sombras y al corte de piedras y maderas. México: Edit. Gustavo Gili.

Read, D. y Simon, S. (1975), Humanistic Educations Source Book. USA: Prentice Hall.

Rochman, Dina (2008) Desarrollo y validación de un instrumento para la evaluación del aprendizaje de la geometría descriptiva con base en las diferencias del proceso perceptual de los alumnos de la escuela de diseño. Tesis de Doctorado en educación, Universidad Anahuac.

Rosas Marín, G. (2006). La Geometría Descriptiva en el proceso de Diseño. México: CyAD, Procesos, UAM A.

Rowe, Charles (1966) Geometría descriptiva. México: Edit. Continental.

Ruíz Rodarte, Rocío (2005) Museografía virtual para un museo arqueológico de sitio. Tesis Doctoral, UAM A, México, D. F.

Sánchez, G. Juan (1997) Geometría descriptiva: sistemas de proyección cilíndrica. México: Ediciones UPC.

Sánchez R. Gerardo (2001) Guía de Investigación para Niños. México: UAM A

Sangrá y González (2004) La transformación de las universidades a través de las TIC: discursos y prácticas. Barcelona: Editorial UOC. UNESCO

Schmelkes, Corina (1988) Manual para la presentación de anteproyectos e informes de investigación. Colección textos universitarios en Ciencias Sociales, UNAM, México: Edit. Harla.

Schmidt, Rudolf (1993) Geometría descriptiva con figuras estereoscópicas. Barcelona: Editorial Reverté.

Schwabe Mayagoitia, Héctor (2005) El diseño en el aprendizaje de la cristalografía mediante realidad aumentada. Tesis Doctoral, UAM A, México, D. F.

Slaby, Steve M. (1968) Geometría Descriptiva tridimensional. Publicaciones cultural.

Solís, A. (2008) Las Nuevas Tecnologías aplicadas a un modelo para adecuar la documentación técnica de proyectos de diseño industrial desarrollados con programas CAD a normas internacionales de dibujo. Tesis de Maestría, UAM A.

Taibo, A. (1983) Geometría descriptiva y sus aplicaciones. Madrid: Editorial TEBAR FLORES.

Trejo, R. (2001) El desarrollo de la geometría descriptiva, su aplicación y enseñanza dentro de la arquitectura. Tesis de Maestría, UNAM, Facultad de arquitectura.

William Blackwell (2006) La geometría en la arquitectura. México: Edit. Trillas.

Wolfgang, Haack (1962) Geometría Descriptiva. Editor: Unión tipográfica editorial hispano americano.

Wussing, H. (1998) Lecciones de historia de las matemáticas. Siglo XXI de España Editores, S. A. Madrid.

En línea. \_\_\_\_\_

Academia de las Ciencias francesa. Enero 5, 2009.  
[http://es.wikipedia.org/wiki/Academia\\_Francesa\\_de\\_Ciencias](http://es.wikipedia.org/wiki/Academia_Francesa_de_Ciencias)

Agrimensura. Marzo 11, 2010 <http://buscon.rae.es>

Alanís Huerta, Antonio (2000) Saber y saber hacer en la investigación educativa. Revista Digital de Educación y Nuevas Tecnologías, Contexto educativo, Número 12, Octubre 2000. Mayo 11, 2010  
<http://contexto-educativo.com.ar/2000/10/nota-06.htm>

Álvarez Martínez Rosa Elena, Versión digital 2007 Versión impresa 2005 Artículo Métodos y principios de la geometría descriptiva para representar gráficamente los objetos en un ambiente virtual 3D. Universidad Autónoma Metropolitana Anuario de Nuevas Tecnologías UAM A. Abril 12, 2010  
<http://www.azc.uam.mx/cyad/procesos/website/grupos/nvatec/2007/arts/RosaElena.pdf>

Arquímedes. Octubre 9, 2008. [wikipedia.org/wiki/Arquímedes](http://wikipedia.org/wiki/Arquímedes)

Belloch Ortiz, Consuelo (2006) Las tecnologías de la información y comunicación. Universidad de Valencia, Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación. Mayo 02, 2010  
<http://www.uv.es/bellochc/index.htm>

Citas célebres, frases eternas. (Mayo 22, 2010) <http://www.capitalemocional.com/Trastero/frases.htm>

Definición de teoría del aprendizaje de Vigotsky. Enero 27, 2005.  
[http://www.psicopedagogia.com/definicion/teoria del aprendizaje de vigotsky](http://www.psicopedagogia.com/definicion/teoria%20del%20aprendizaje%20de%20vigotsky)

Diccionario de la Real Academia Española. <http://www.rae.es/rae.html>

Diógenes. Escuela cínica. Septiembre 10, 2008. <http://www.luventicus.org/articulos/03U014/academia.html>

Duffé Montalván, Aura Luz (2003) ¿La teoría de Robert Gagné podría servirnos hoy en día para organizar y planificar nuestras acciones didácticas? en Didáctica (Lengua y Literatura). Universidad Complutense de Madrid. Diciembre 12, 2009  
<http://www.ucm.es/BUCM/revistas/edu/11300531/articulos/DIDA0303110023A.PDF>

El porqué de las TIC en educación. Eduteka Fundación Gabriel Piedrahita Uribe. Abril 10, 2010.  
<http://www.eduteka.org/PorQueTIC.php>

Escuelas Socráticas, escuelas menores, Academia. 2003-2009 Academia de Ciencias Luventicus. Rosario, capital cultural de la República Argentina. Septiembre 10, 2008  
<http://www.luventicus.org/articulos/03U014/academia.html>

Eudoxio de Cnido. Octubre 9, 2008.  
<http://centros5.pntic.mec.es/sierrami/dematesna/demates67/opciones/sabias/Eudoxio/Eudoxio.>

Gaspard Monge. Diciembre 17, 2008. [http://es.wikipedia.org/wiki/Gaspard\\_Monge](http://es.wikipedia.org/wiki/Gaspard_Monge)

Gaspard Monge. Biografías y vidas. Diciembre 17, 2008.  
<http://www.biografiasyvidas.com/biografia/m/monge.htm>

García Bacete, Francisco J. y Domenech Betoret, Fernando (1997) Motivación, Aprendizaje y Rendimiento Escolar. REME- Revista Electrónica de Motivación y Emoción, 1, 0. Universidad Jaume I de Castellón. Mayo 12, 2010. <http://reme.uji.es/articulos/pa0001/texto.html>

Geometría Descriptiva. Septiembre 13, 2008 [http://es.wikipedia.org/wiki/Geometría\\_Descriptiva](http://es.wikipedia.org/wiki/Geometría_Descriptiva)

Geometría Descriptiva. Diciembre 17, 2008 <http://www.torresaza.com/geomdesc/monge.htm>

Geometría Descriptiva. Abril 13, 2010 <http://buscon.rae.es>

Geometría descriptiva. Escuela Universitaria de Arquitectura Técnica. Universidad Politécnica de Madrid. Octubre 9, 2008. <http://www.euatm.upm.es/departamentos/expresion/descriptiva.htm>

Gómez Pérez José Ramón. Las TIC en educación. Marzo 28, 2010.  
<http://boj.pntic.mec.es/jgomez46/ticedu.htm>

Guía para la elaboración de artículos y de proyectos de investigación, (2008) basada en las normas de la american psychological association (APA). Junio 4, 2009  
[http://espanol.geocities.com/cesar\\_rey\\_info/Normas.htm](http://espanol.geocities.com/cesar_rey_info/Normas.htm)

Hiparco de Nicea. Septiembre 20, 2008 [http://es.wikipedia.org/wiki/Hiparco\\_de\\_Nicea](http://es.wikipedia.org/wiki/Hiparco_de_Nicea)

Historia de la Geometría Descriptiva. Septiembre 13, 2008.  
<http://www.arqhys.com/articulos/geometriadescriptiva-historia.html>



Las TICS en la Educación. Las TICS en los procesos de Enseñanza y Aprendizaje. Abril 10, 2010.  
<http://educatics.blogspot.com/>

López de la Madrid Ma. Cristina. Uso de las TIC en la educación superior de México. Un estudio de caso. Abril 10, 2010. [http://www.udgvirtual.udg.mx/apertura/num7/pdfs/tic\\_educacion.pdf](http://www.udgvirtual.udg.mx/apertura/num7/pdfs/tic_educacion.pdf)

Majó, Joan (2003). Nuevas tecnologías y Educación. Conferencia presentada en el 1er. Informe de las TIC en los centros de enseñanza no universitaria. Informe fruto de la colaboración entre Fundación Jaime Bofilly Edulab (laboratorio de innovación educativa de la UOC. Marzo 6, 2010  
[http://www.uoc.edu/web/esp/articles/joan\\_majo.html](http://www.uoc.edu/web/esp/articles/joan_majo.html)

Marqués Graells, Pere (2004) Las TIC y sus aportaciones a la Sociedad. Universidad Autónoma de Barcelona - Departamento de Pedagogía Aplicada. Diciembre 11, 2009  
<http://dewey.uab.es/pmarques/tic.htm>

\_\_\_\_\_, (2000). Impacto de las TIC en educación: Funciones y limitaciones. Abril 2, 2010  
<http://peremarques.pangea.org/siyedu.htm>

McLuhan . Tecnicas de la Información y la Comunicación. Abril 30, 2010  
[http://es.wikipedia.org/wiki/Marshall\\_McLuhan](http://es.wikipedia.org/wiki/Marshall_McLuhan)

Monge Gaspard Diciembre 17, 2008 <http://www.biografiasyvidas.com/biografia/m/monge.htm>

Orígenes de la Geometría Proyectiva. Enero 9, 2009.  
<http://ochoa.mat.ucm.es/~jesusr/expogp/pdfs/expogp/geop10.pdf>

Poncelet. Marzo 11, 2010 [http://es.wikipedia.org/wiki/Jean-Victor\\_Poncelet](http://es.wikipedia.org/wiki/Jean-Victor_Poncelet)

Resumen de políticas de la APA para citas y referencias bibliográficas. (2008). Junio 4, 2008.  
<http://www.cem.itesm.mx/dacs/publicaciones/proy/info/citas.html#citaindir>

Sólidos platónicos. Noviembre 18, 2009 [http://es.wikipedia.org/wiki/Sólidos\\_platónicos](http://es.wikipedia.org/wiki/Sólidos_platónicos)

Tales de Mileto. Biografías y vidas 2004-10. Septiembre 20, 2008  
<http://www.biografiasyvidas.com/biografia/t/tales.htm>

Tecnologías de la Información y la Comunicación. Mayo 13, 2010  
[http://es.wikipedia.org/wiki/Tecnologías\\_de\\_la\\_información\\_y\\_la\\_comunicación](http://es.wikipedia.org/wiki/Tecnologías_de_la_información_y_la_comunicación)

Tecnologías de la Información y la Comunicación. Mayo 13, 2010  
<http://www.monografias.com/trabajos37/tecnologias-comunicacion/tecnologias-comunicacion.shtml>

Teselación. Marzo 11, 2010 <http://www.disfrutalasmatematicas.com/geometria/teselaciones.html>

Torroja Caballé, Eduardo. Historia de las Matemáticas. Enero 5, 2009  
<http://divulgamat.ehu.es/weborriak/Historia/MateEspainiolak/Inprimaketak/Torroja.asp>

Triángulo polar. Marzo 11, 2010 [http://www.xtec.cat/~qcastell/ttw/ttwesp/definicions/d\\_polar\\_tr.html](http://www.xtec.cat/~qcastell/ttw/ttwesp/definicions/d_polar_tr.html)

Triángulo primitivo. Marzo 11, 2010 <http://www.uam.es/otros/hojavol/hoja8/pick08.html>

Vigotsky. Enero 31, 2005 <http://www.monografias.com/trabajos14/vigotsky/vigotsky.shtml>

**MARIA DEL ROCÍO ORDAZ BERRA**

**Datos Personales**

Lugar y fecha de nacimiento:  
Oaxaca, Oax., 19 de Septiembre de 1961.

Domicilio: Av. De Los Laureles No. 24,  
Jardines de Atizapán, Atizapán, Edo. Mex.  
Tel. 16 68 09 46  
Cel. 044 55 18 87 06 22  
rocivez@yahoo.com.mx  
obm@correo.uam.azc.mx

**Formación Académica**

Arquitectura. Universidad Autónoma Metropolitana, Azc.  
Cedula Profesional: 1385952, Septiembre 05 de 1989.

Especialización en Diseño, Líneas Nuevas Tecnologías,  
Opción Diseño Industrial asistido por computadora.  
Proyecto: "Representación virtual de un espacio arquitectónico"  
Caso de estudio: Exconvento de Nuestra Señora de los Ángeles de Churubusco.  
Septiembre 2004.

**Experiencia**

Universidad Autónoma Metropolitana, Azc.  
Depto. De Procesos y Técnicas de Realización

- Profesor Titular de Tiempo Parcial (Examen de oposición: Octubre de 1998).  
De Junio 1996 a la fecha.
- Participación en la compilación y captura de datos para los CIEES, Posgrado en  
Diseño. Septiembre a diciembre de 2002.
- Participación en la compilación de datos e información en la Acreditación de la  
Carrera de Arquitectura de la UAM-A (COMAEA) Junio 2008.
- Apoyo a la Coordinación Departamental de Tronco, Departamento de Procesos y  
Técnicas de Realización.  
Junio 2007 a octubre 2010.

Instituto ZARAGOZA, A. C.

- Impartiendo cursos de Dibujo de Imitación y Dibujo Constructivo con registro  
de definitividad de la UNAM No. 88014216.

Agosto 2006 a Octubre 2007.

Empresa "SIMMM"

Servicios de Ingeniería y Mantenimiento Metal Mecánico.

- Impartiendo cursos de Actualización y capacitación de Word, Excel, Power Point, AutoCad 2D y 3D, Interpretación de Planos.  
De Septiembre de 2000 a la fecha.

Universidad del Tepeyac, A. C.

- Facultad de Arquitectura y Facultad de Diseño Gráfico  
Agosto de 1999 a Septiembre 2004.
- Participación en la modificación del plan curricular de la Licenciatura en Arquitectura.  
Junio 2001.

### **Investigación**

Grupo "Forma, Expresión y Tecnología del Diseño":

"Exposición Fotográfica del Barroco Queretano" 12 al 30 de abril de 2010,  
Galería del Tiempo, UAM A.

Coautora del libro "El Barroco Queretano" Análisis de la forma arquitectónica en  
Santiago de Querétaro. Departamento de Procesos y técnicas de realización,  
CYAD, UAM A, 2009. ISBN 978-607-477-175-6

**Anexo 1**

**IMÁGENES RENDERIZADAS DEL PRODUCTO MULTIMEDIA**

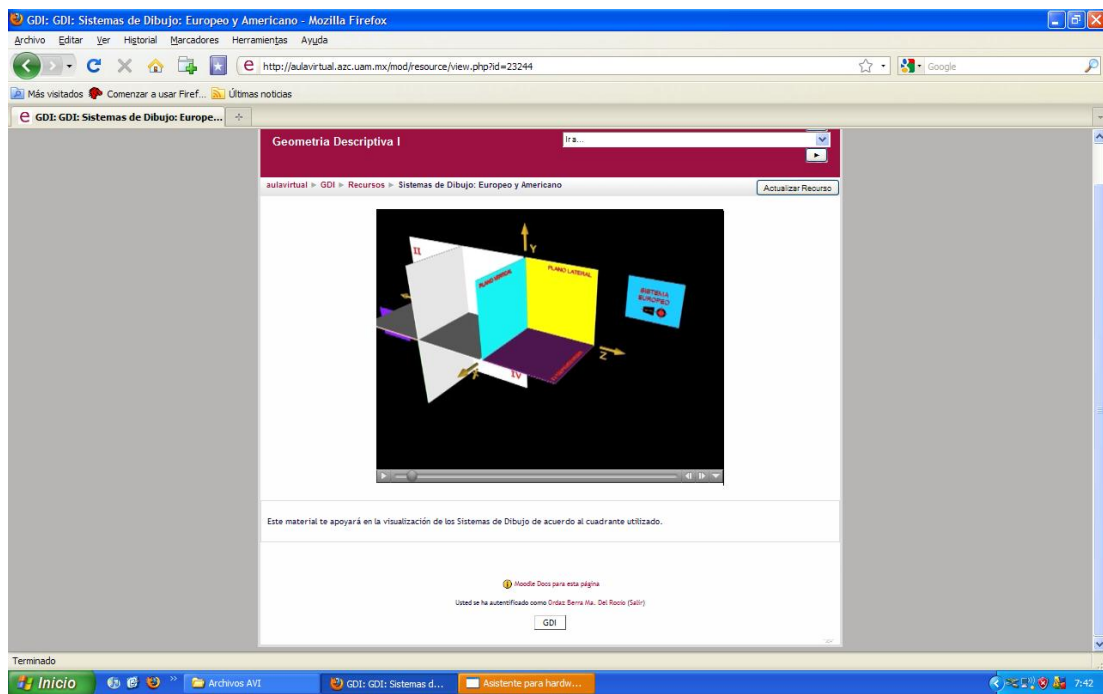


Figura A.1 Copia de pantalla en la forma en que se visualiza el tema Cuadrantes, dentro del aula virtual.

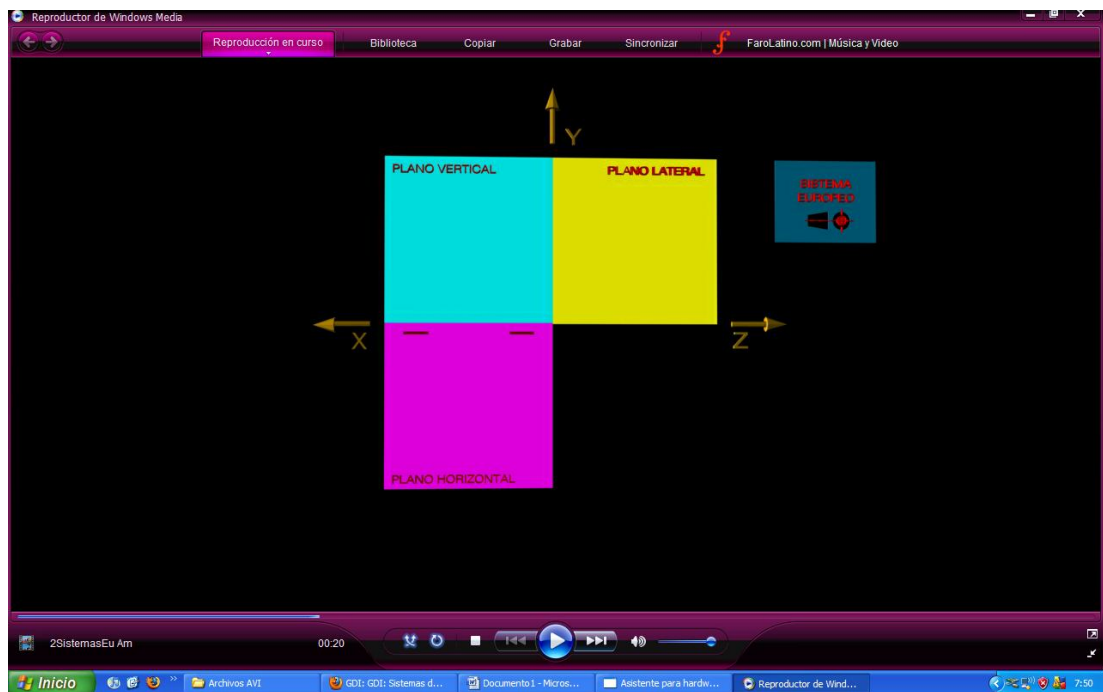


Figura A.2 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema montea del Sistema de Dibujo Europeo.

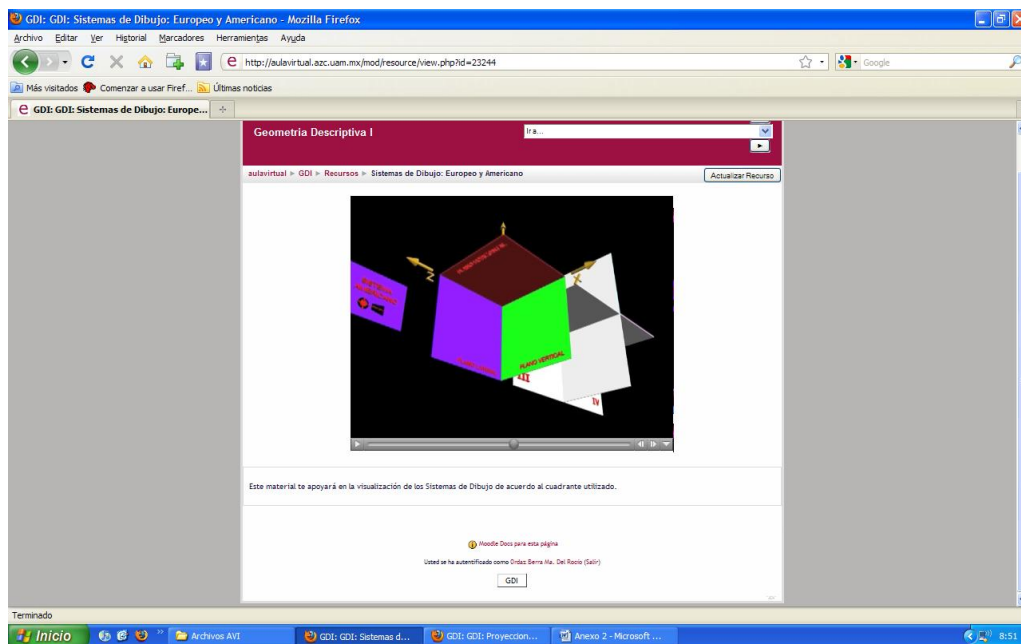


Figura A.3 Copia de pantalla en la forma en que se visualiza el tema Sistema de Dibujo Americano, dentro del aula virtual.

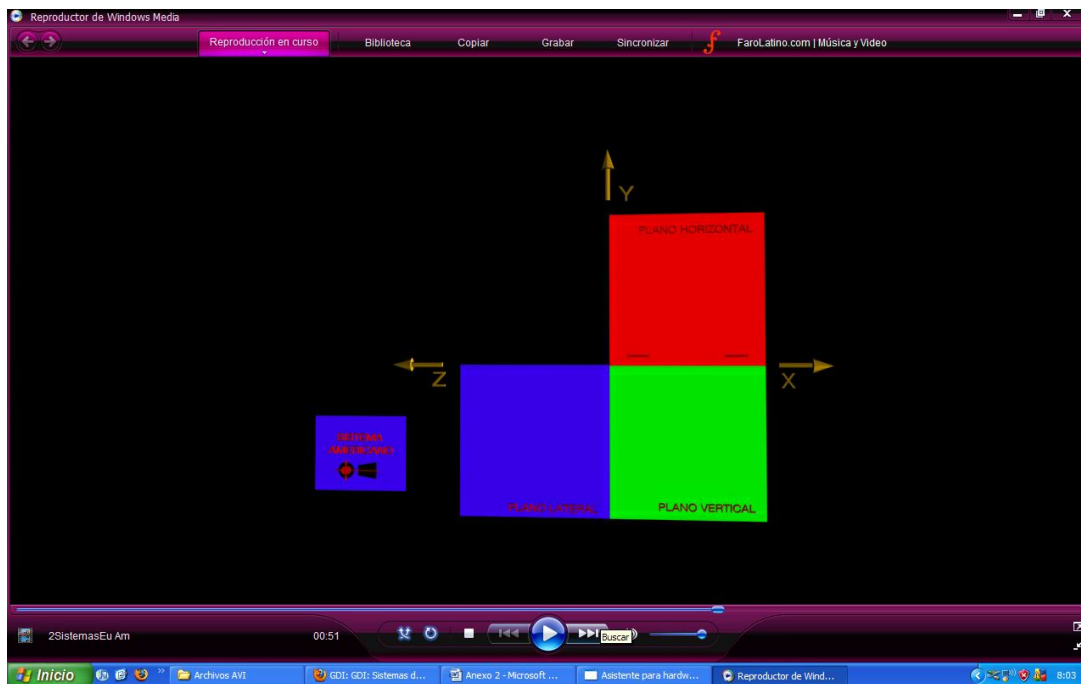


Figura A.4 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema montea del Sistema de Dibujo Americano.

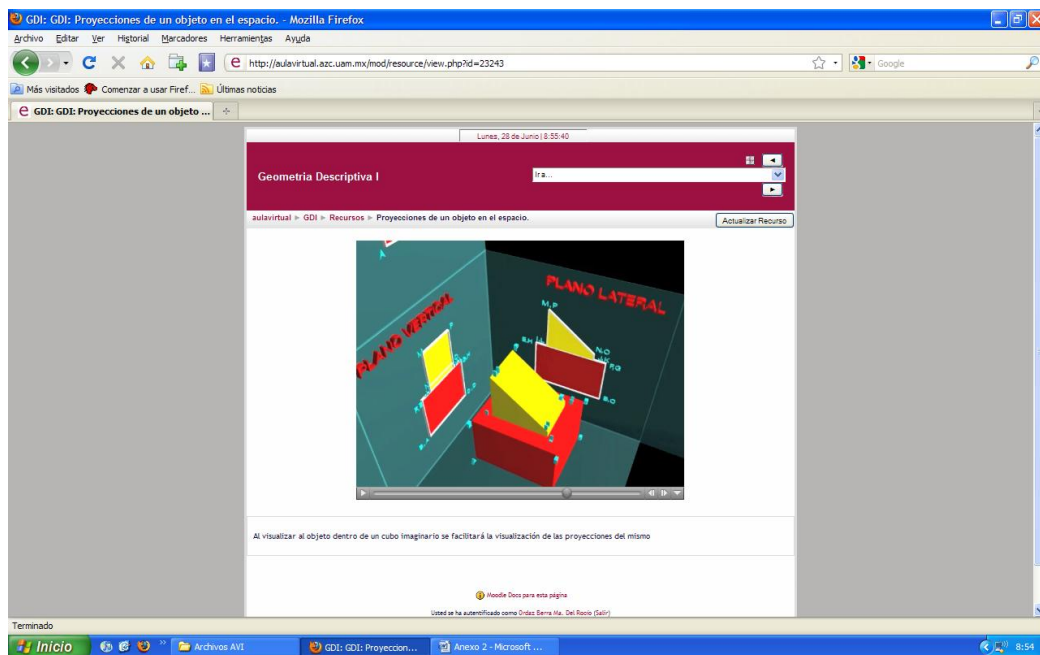


Figura A.5 Copia de pantalla en la forma en que se visualiza el tema Objeto en el espacio y sus proyecciones, dentro del aula virtual.

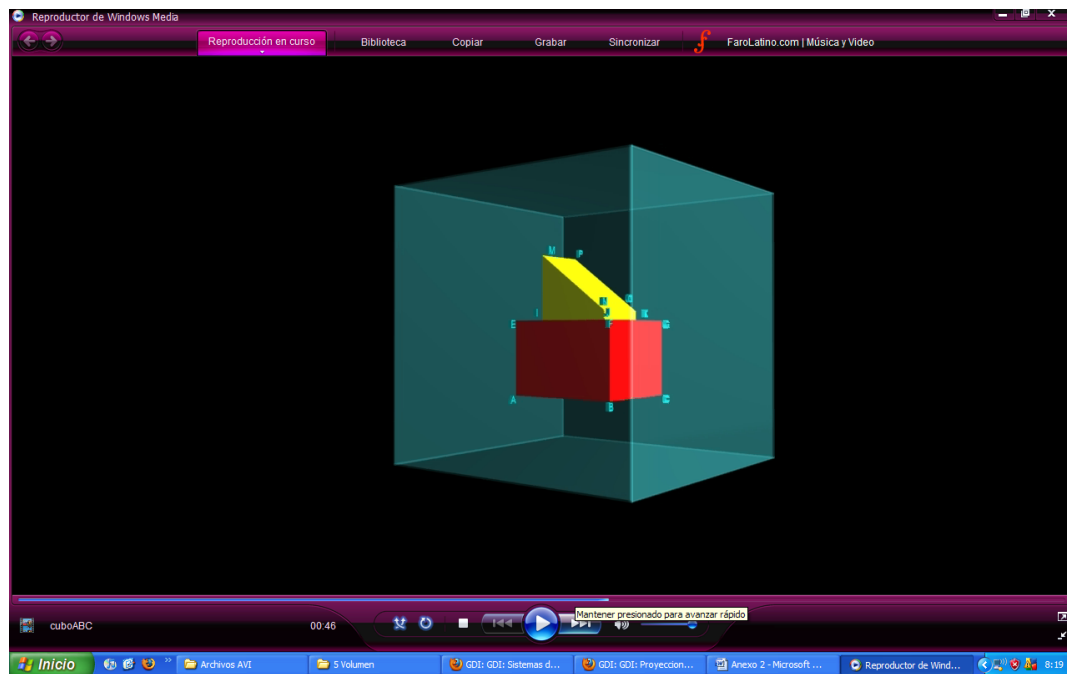


Figura A.6 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema Objeto en el espacio y sus proyecciones.

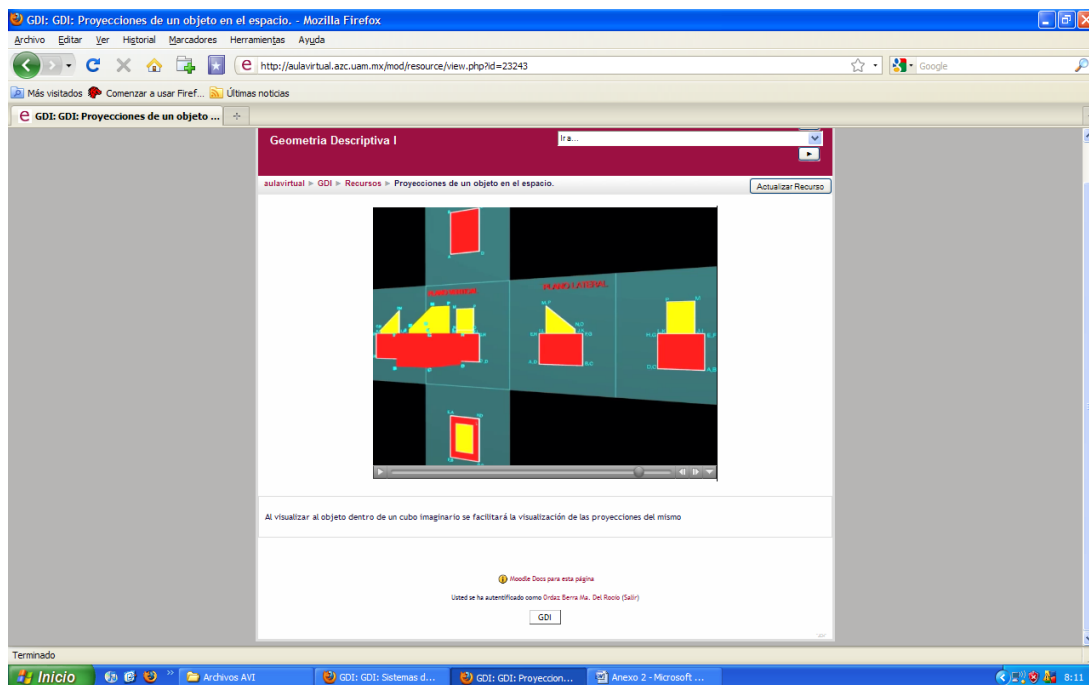


Figura A.7 Copia de pantalla en la forma en que se visualiza el tema Objeto en el espacio y sus proyecciones, dentro del aula virtual.

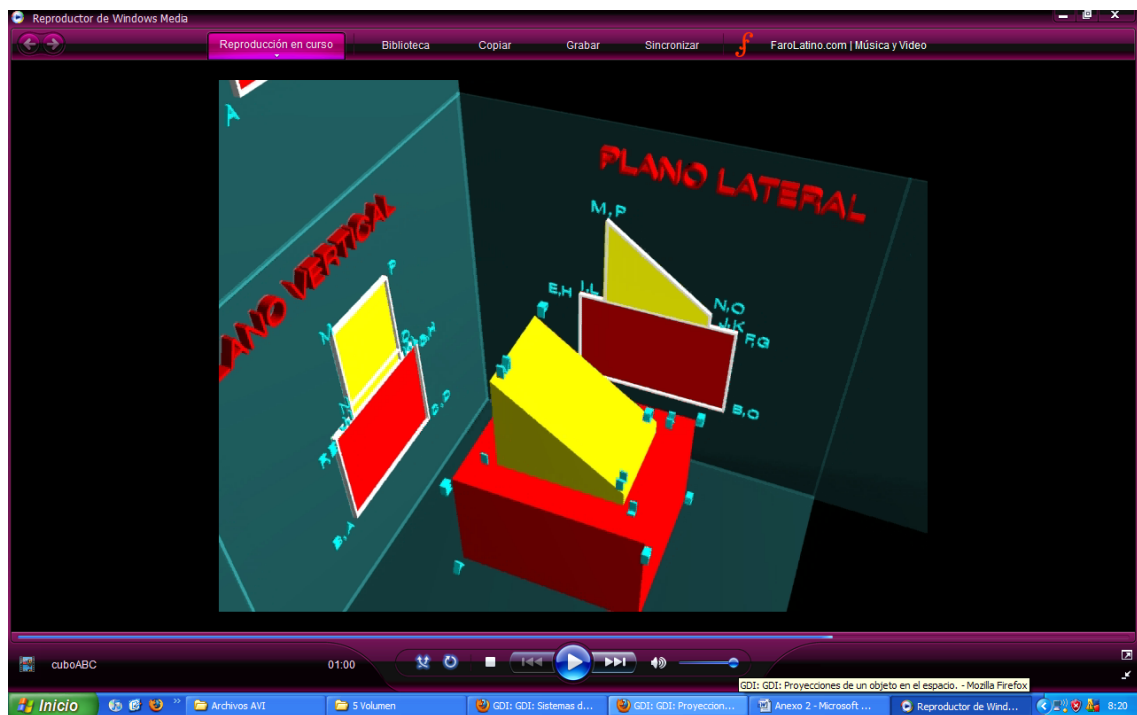


Figura A.8 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema Objeto en el espacio y sus proyecciones vertical y lateral.



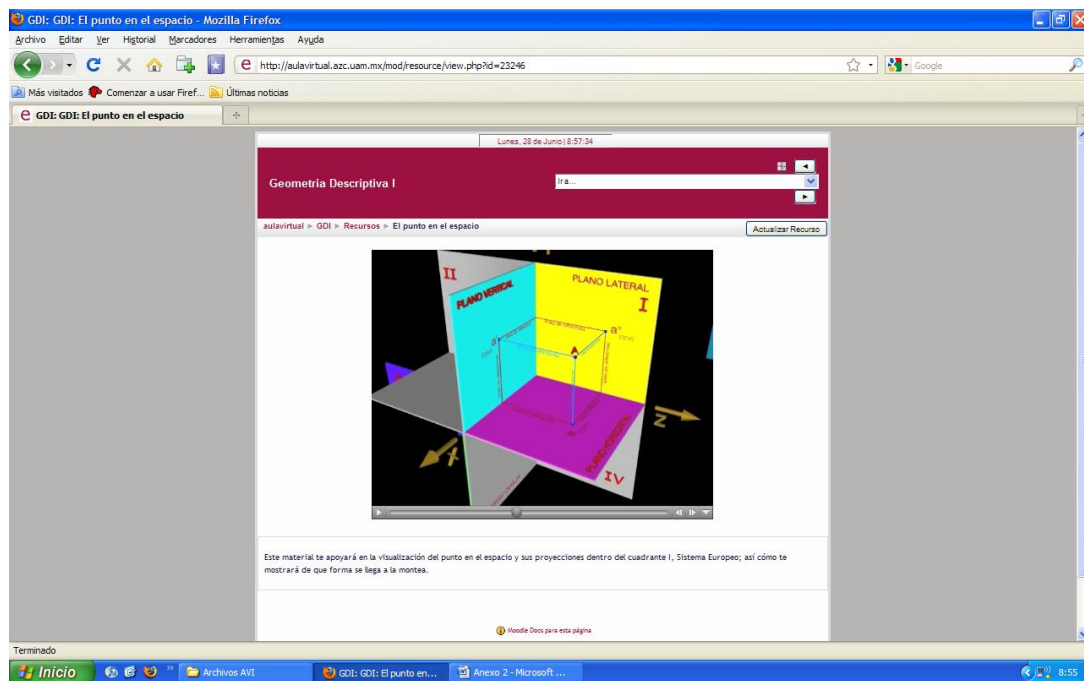


Figura A.9 Copia de pantalla en la forma en que se visualiza el tema El Punto en el espacio y sus proyecciones, dentro del aula virtual.

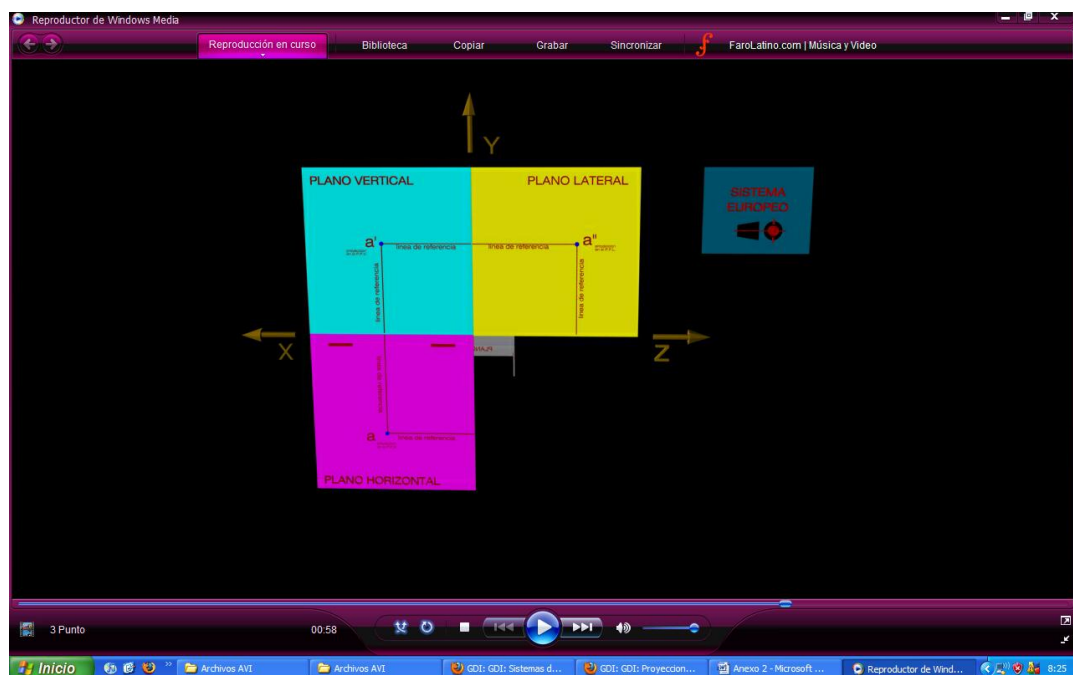


Figura A.10 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema El Punto en el espacio y sus proyecciones, en montea.

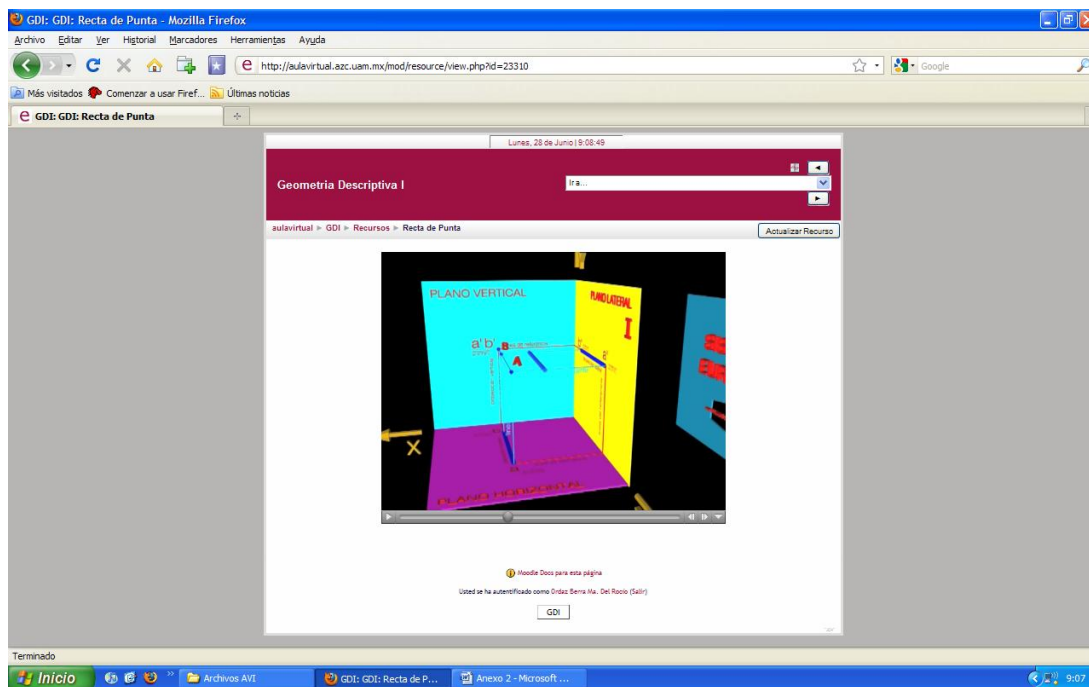


Figura A.11 Copia de pantalla en la forma en que se visualiza el tema La Recta en el espacio y sus proyecciones, en posición de Punta, dentro del aula virtual.

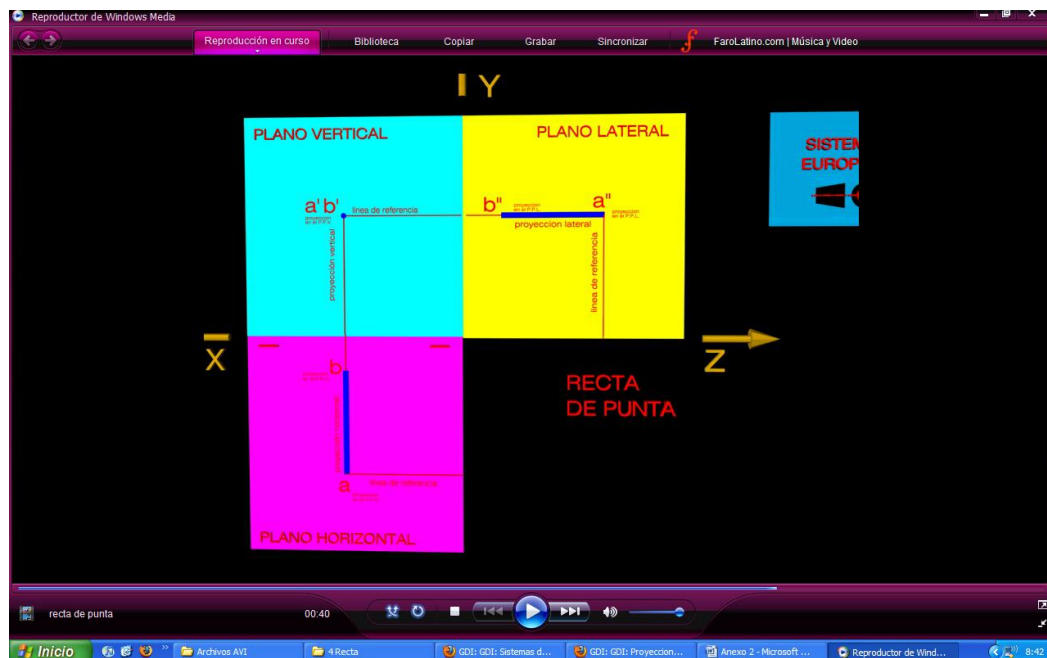


Figura A.12 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio, en posición de Punta, en monte.

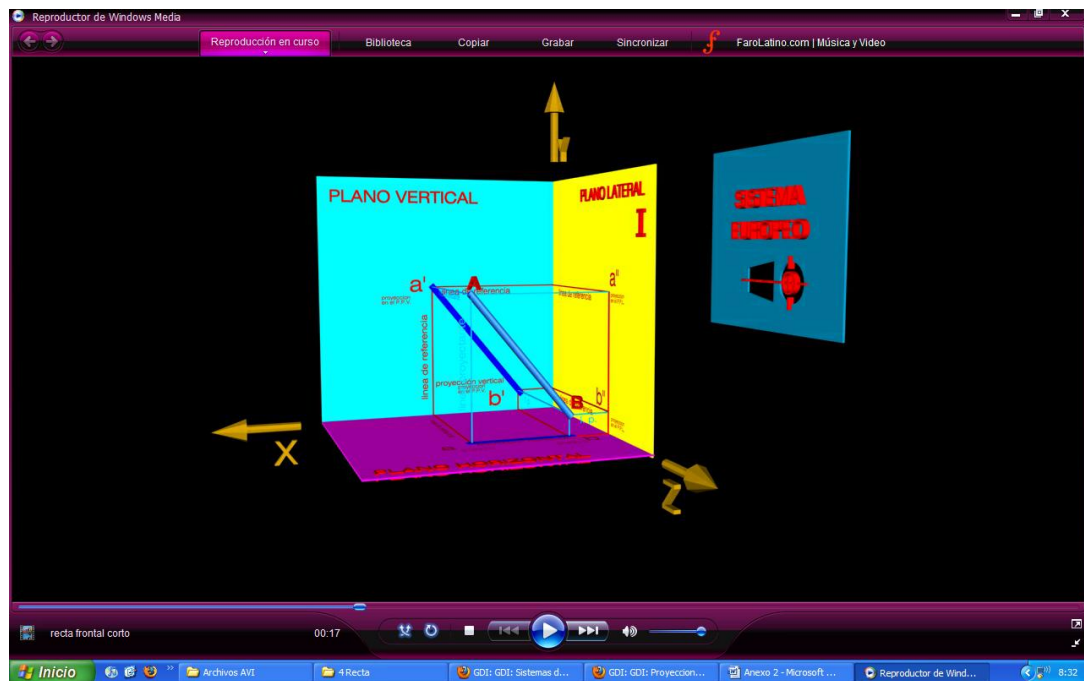


Figura A. 13 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio y sus proyecciones, en posición Frontal.

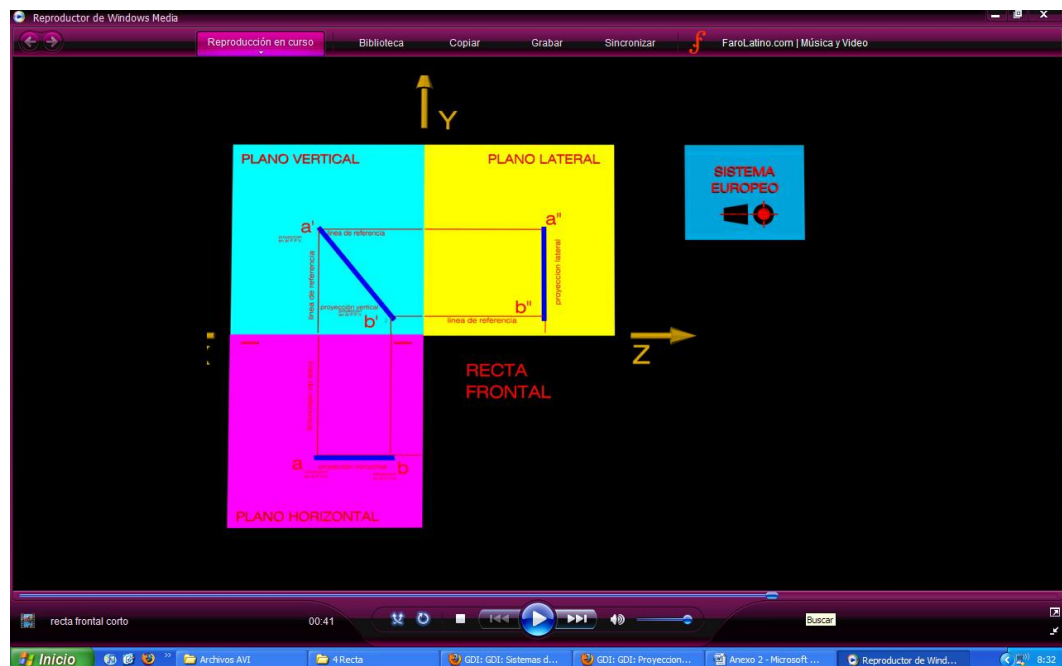


Figura A.14 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio, en posición Frontal, en monea.

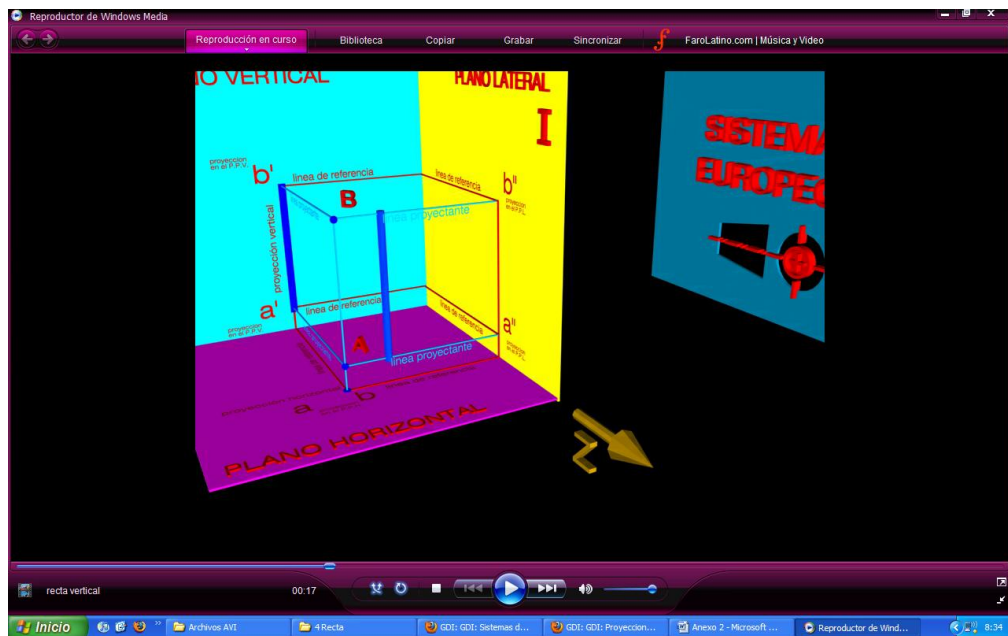


Figura A.15 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio y sus proyecciones en posición Vertical.

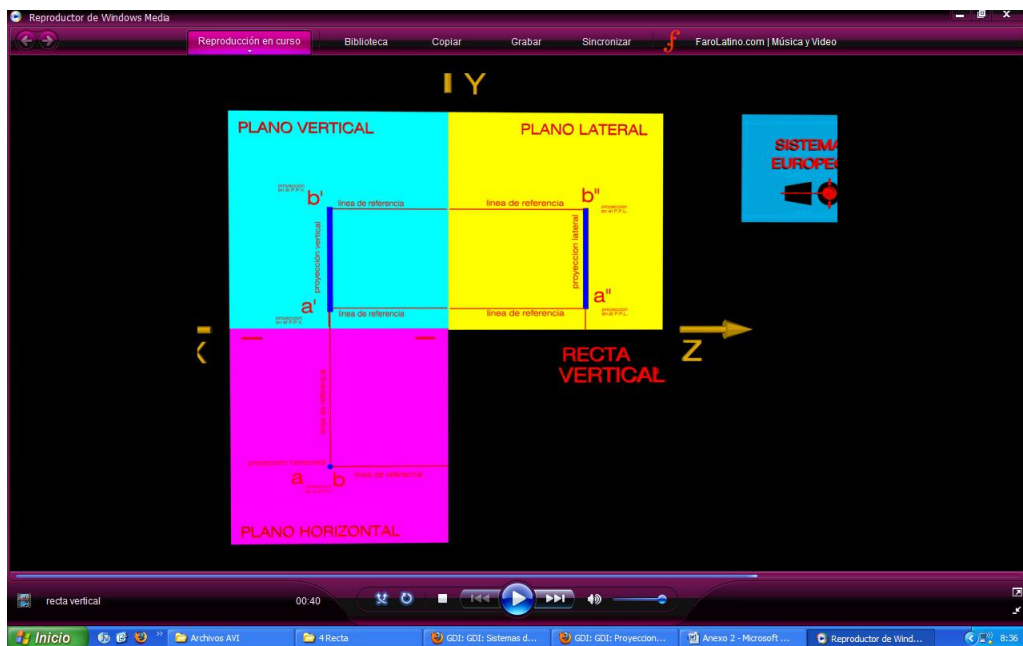


Figura A.16 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio, en posición Vertical, en montea.

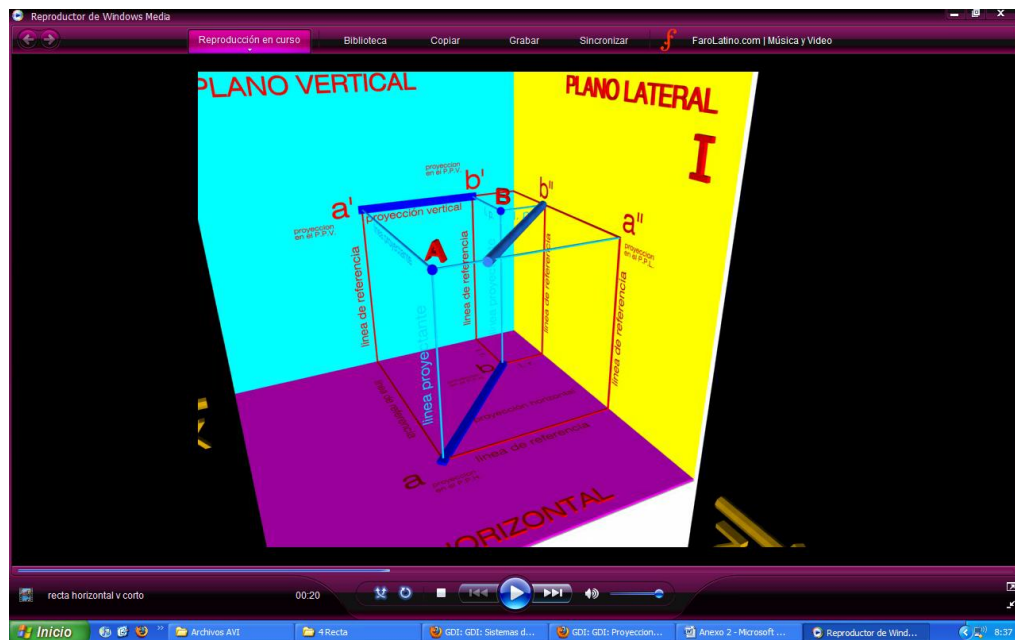


Figura A.17 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio y sus proyecciones, en posición Horizontal.

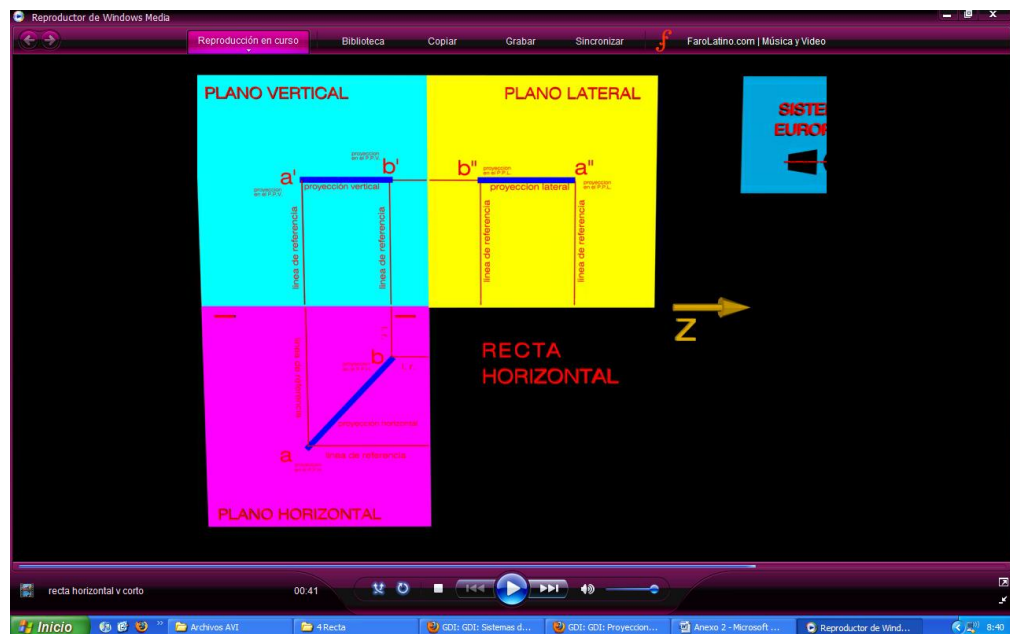


Figura A.18 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio, en posición Horizontal, en monte.

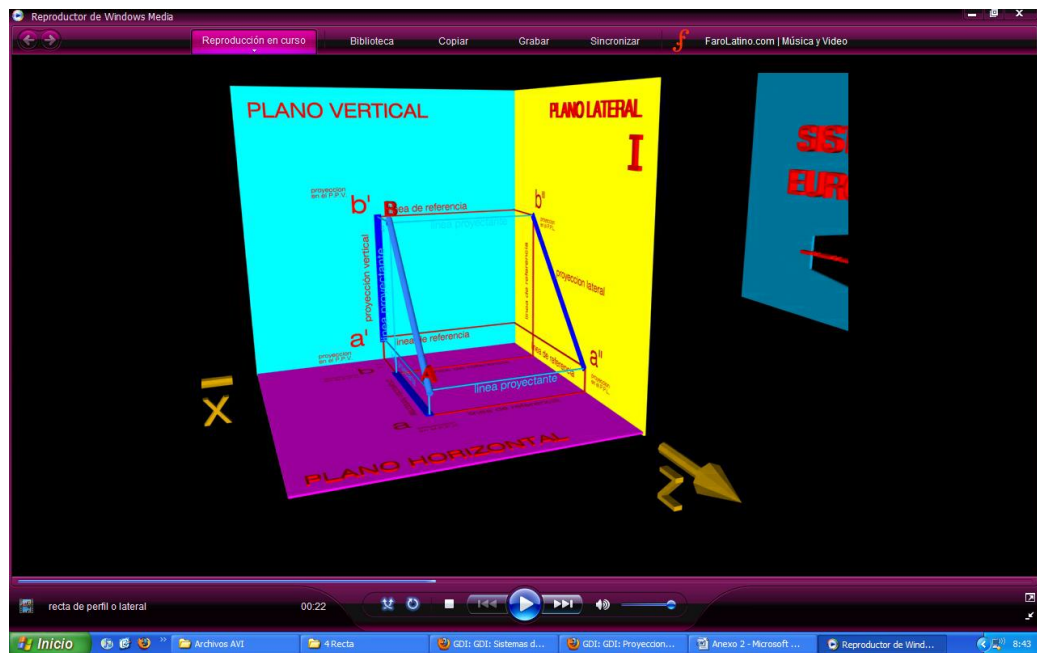


Figura A.19 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio y sus proyecciones, en posición Lateral.

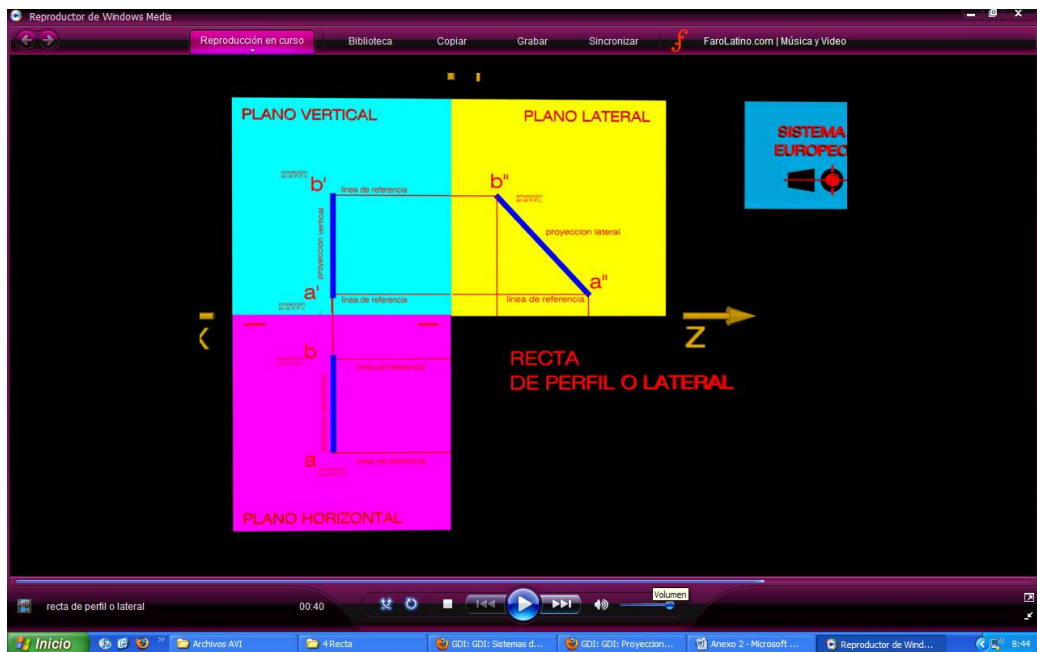


Figura A.20 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio en posición Lateral, en montea.



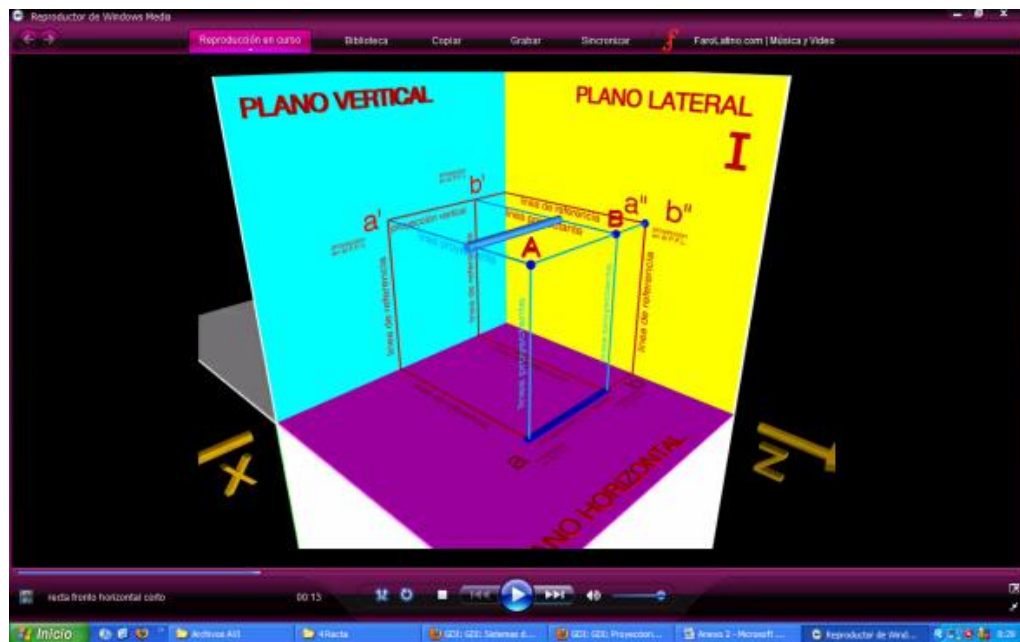


Figura A.21 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio y sus proyecciones, en posición FrontoHorizontal.

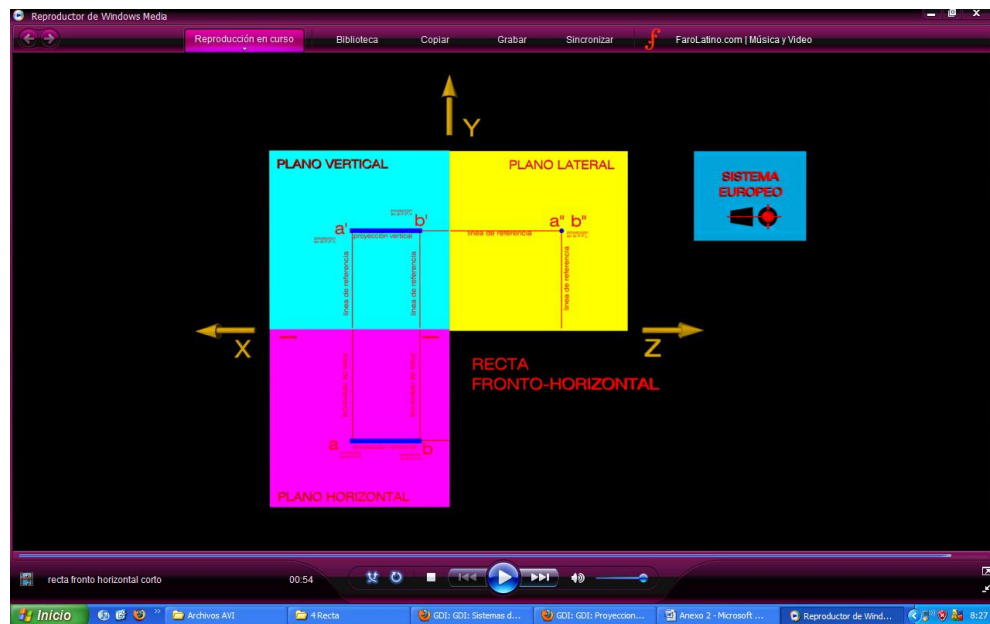


Figura A.22 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio, en posición FrontoHorizontal, en montea.

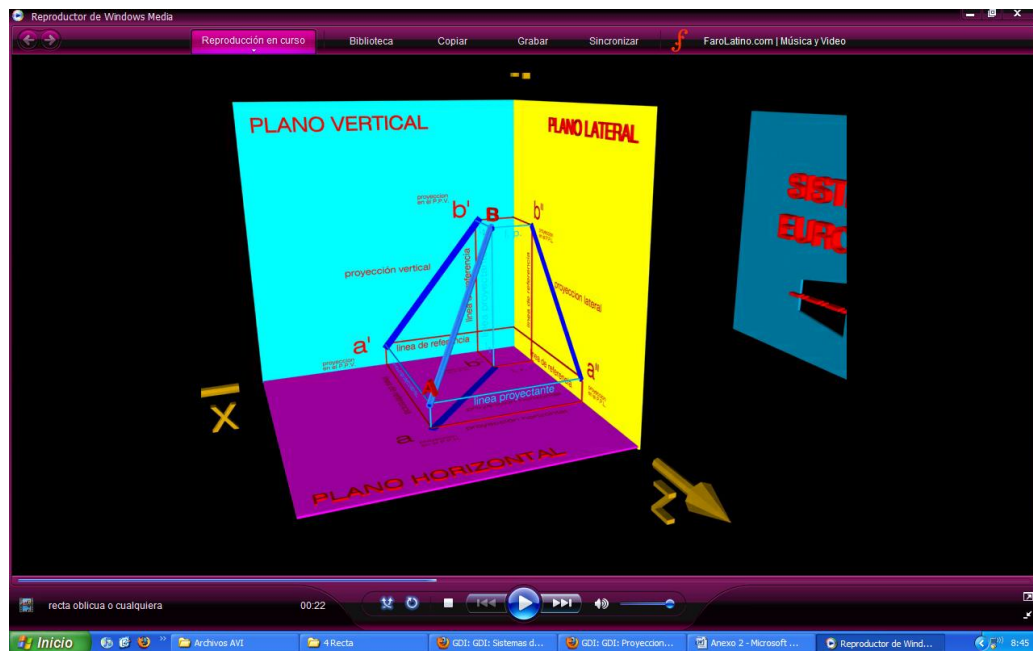


Figura A.23 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio y sus proyecciones, en posición Oblicua o Cualquiera.

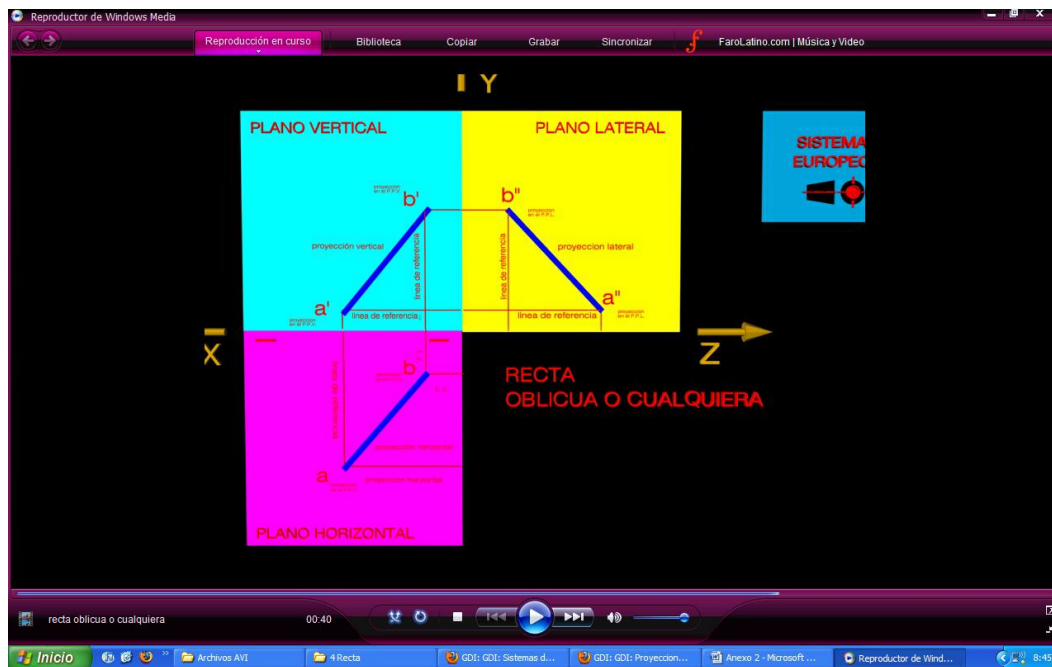


Figura A.24 Copia de pantalla del material visto en el reproductor Windows Media Player, del tema La Recta en el espacio, en posición Oblicua o Cualquiera, en monte.



**Anexo 2**

**PLANES Y PROGRAMAS DE ESTUDIO**